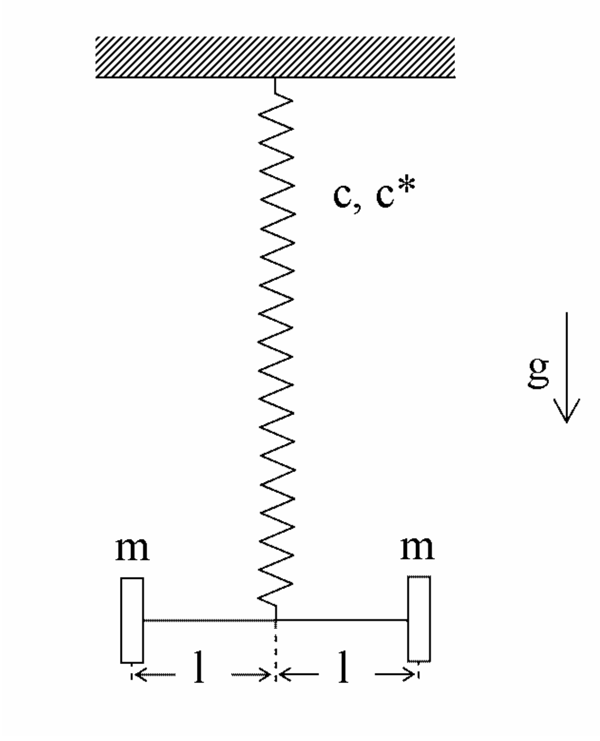
Sommersemester 2007		Blatt 3 (von 4)
Studiengang:	EPB/EKB	Semester 3
Prüfungsfach:	TM2, Teil: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	*Zeit: 30 Minuten*

<u>Aufgabe 3:</u> Schwingungen (20 Punkte)

Am Ende einer langen Schraubenfeder ist ein hantelförmiger Körper befestigt (siehe Skizze). Dieses Feder-Masse-System kann vertikale Längsschwingungen und gleichzeitig Drehschwingungen um die Federachse ausführen. Beide Schwingungsformen sind über die gemeinsame Feder miteinander gekoppelt. Die gekoppelten Schwingungen kann man dann deutlich demonstrieren, wenn die Eigenfrequenzen der Längs- und Drehschwingung annähernd gleich sind. In diesem Fall treten Schwebungen auf und die Energie wandert abwechselnd von einem Schwingungszustand in den anderen und zurück.



a)Belastet man die Feder durch die Gewichtskraft der Hantel, dann verlängert sich die Feder um s_1= 0,3 m . Die beiden zylindrischen Scheiben der Hantel können näherungsweise als Punktmassen (m = 32 g) im Abstand l =3 cm von der Federachse betrachtet werden. Die Verbindungsstange sei masselos. Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenz ω_l für die vertikalen Längsschwingungen.

b)Dreht man die Hantel aus ihrer Ruhelage 3 mal vollständig um die vertikale Federachse, dann braucht man ein Drehmoment von M=0,048 Nm , um die Hantel fest zu halten. Berechnen Sie daraus die Eigenkreisfrequenz ω_{Dr} für die reinen Drehschwingungen.

c)Mit den angegebenen Maßen ist die Bedingung für ausgeprägte Schwebungen noch nicht erfüllt. Wie groß muss der Abstand l der beiden Zylinderscheiben von der Drehachse eingestellt werden, so dass $\omega_{Dr} = \omega_l$ gilt?

d)Wie viel Arbeit muss vor dem Start des Pendels aufgewandt werden, um die Hantel aus der Ruhelage ohne Drehung um s_2= 0,5m nach unten zu ziehen?
Lässt man die Hantel dort los, dann führt das System zunächst Längsschwingungen mit abnehmender Amplitude Y_l und Drehschwingungen mit zunehmender Amplitude Y_{Dr} aus. Berechnen Sie die maximale Winkelamplitude $Y_{Dr,max}$ für die Drehschwingung. Die Längsschwingung hat in diesem Moment gerade die Amplitude null.

Lösungsvorschlag Aufgabe 3 (G. Prillinger)

Lösungsvorschlag Schwingungsaufgabe

a) für die Federkonstante gilt:

$$\underline{c} = \frac{F}{s_1} = \frac{2 \cdot 0{,}032\,kg \cdot 9{,}81\,ms^{-2}}{0{,}3\,m} = \underline{2{,}093\ N \cdot m^{-1}}$$

$$\underline{\omega_e} = \sqrt{\frac{c}{2m}} = \underline{5{,}72\ s^{-1}}$$

b) die Drehfederkonstante C^* ergibt sich aus dem Drehmoment M nach 3 vollen Umdrehungen:

$$\underline{C^*} = \frac{M}{\varphi_1} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-2}\ Nm}{3\ 2\pi\ rad} = \underline{2{,}547 \cdot 10^{-3}\ Nm \cdot rad^{-1}}$$

damit wird die Drehfrequenz $\underline{\omega_{Dr}} = \sqrt{\frac{C^*}{J}} = \underline{6{,}648\ s^{-1}}$

mit dem Massenträgheitsmoment $J = 2ml^2 = 5{,}76 \cdot 10^{-5}\ kg\,m^2$ für die beiden Massepunkte

c) Um $\omega_{Dr} = \omega_e$ zu erreichen, muß gelten

$$\frac{c}{2m} = \frac{C^*}{J}, \quad \text{daraus} \quad \underline{l'} = \sqrt{\frac{C^*}{c}} = \underline{0{,}0349\ m}$$

d) Die Arbeit für die Dehnung um $s_2 = 0{,}5\,m$ ergibt die potentielle Energie $\underline{E_{pot}} = \frac{1}{2} c \cdot s_2^2 = \underline{0{,}2616\ J}$

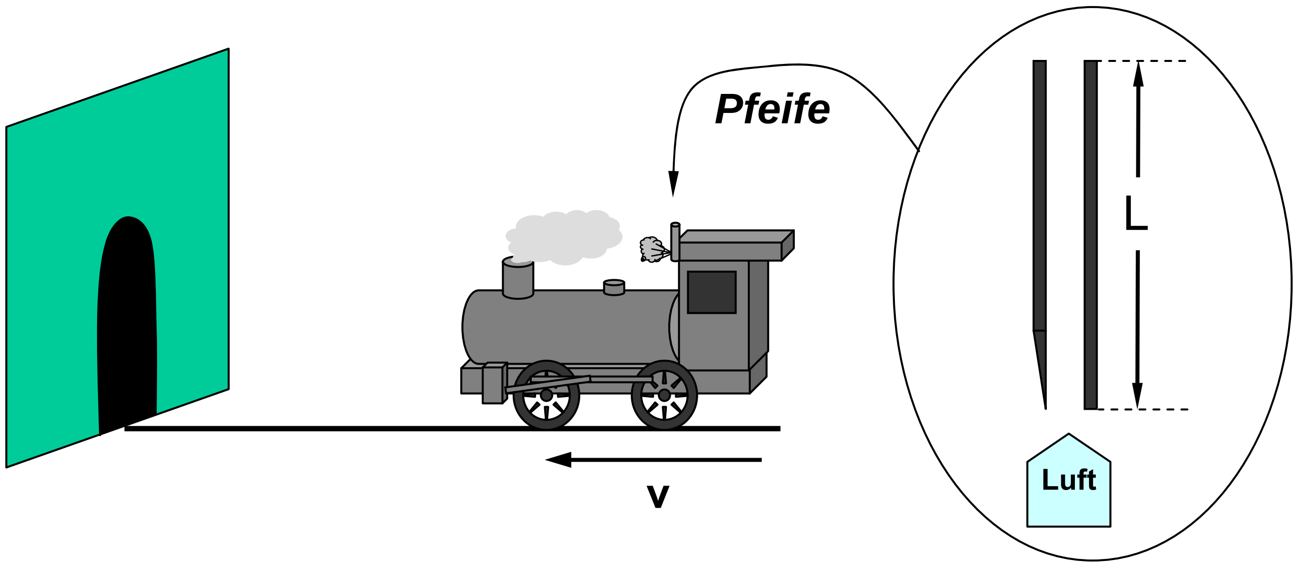
Die maximale Verdrillung, bei Vernachlässigung d. Reibung, ist dann:

$$\underline{\varphi_{Dr,\,max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{pot}}{C^*}} = \underline{14{,}33\ rad}$$

Sommersemester 2007	Blatt 4 (von 4)
Studiengang: EPB/EKB	Semester 3
Prüfungsfach: TM2, Teil: Schwingungslehre	Fachnummer: 3011
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	*Zeit: 30 Minuten*

<u>Aufgabe 4:</u> Warnpfeife **(10 Punkte)**

Eine Lokomotive fährt mit der Geschwindigkeit v = 80 km/h auf gerader Strecke auf einen Tunnel zu. Dabei gibt der Lokomotivführer mit der Pfeife ein Warnsignal der Frequenz f_0 = 700 Hz ab. Die Pfeife wird mit Druckluft betrieben und soll im folgenden als <u>beidseitig offenes</u> Rohr aufgefasst werden, dessen Durchmesser klein gegenüber seiner Länge L ist.



a) Skizzieren Sie drei verschiedene Schwingungsformen, welche die Luftsäule in der Pfeife ausbilden kann. Markieren Sie insbesondere die Lage der Schwingungsknoten.

b) Welche Mindestlänge L besitzt die Pfeife, wenn die Temperatur ϑ = 20°C beträgt ?

c) Welche Frequenz f_1 des Pfeiftons registriert ein Beobachter am Tunnelportal ?

d) Die Felswand um das Tunnelportal reflektiert den Pfeifton zurück in Richtung der Lokomotive. Mit welcher Frequenz f_2 hört der Lokomotivführer dieses Echo des Pfeiftons ?

e) Wie ändern sich die Verhältnisse im Winter für $\vartheta \approx$ 0°C (qualitative Antwort genügt) ?

Hinweis : Der Betrag der temperaturabhängigen Schallgeschwindigkeit c_L in Luft kann mit folgender Beziehung angenähert werden :

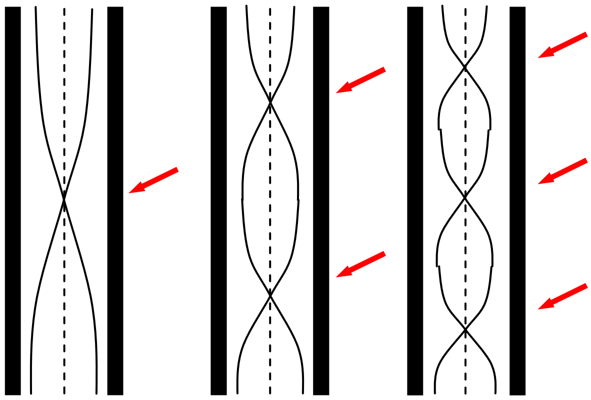
$$c_L \approx (331{,}5 + 0{,}6\ \vartheta\,[°C]\,)\ m/s \qquad \text{mit } \vartheta : \text{Temperatur in „Grad Celsius“}$$

Lösungsvorschlag Warnpfeife Aufgabe 4 ***Autor H Käß***

a) Longitudinale stehende Wellen, beidseits offene Enden ...

... Grundschwingung / 1. Oberschwingung / 2. Oberschwingung

.. **f_0, λ_0** **f_1, λ_1** **f_2, λ_2**



b) Für die Grundschwingung gilt $L = \lambda_0 / 2$ mit $c = f_0 \cdot \lambda_0$

Schallgeschwindigkeit bei 20°C : $c = (331{,}5 + 0{,}6\ 20)$ m/s = 343,5 m/s

Damit wird $L = c / (2 f_0) =$ **0,245 m**

c) Dopplereffekt, Pfeife = bewegte Quelle, Tunnelportal = ruhender Beobachter

Geschwindigkeit Lokomotive mit Pfeife v_Q = 80 km/h = 22,22 m/s

damit folgt $f_1 = f_Q / (1 - v_Q/c) = 1{,}069 \cdot 700$ Hz

= **748,4 Hz**

d) Felswand = ruhende Quelle, die einen Ton der Frequenz f_1 = 748,4 Hz sendet

Lokomotive = Beobachter, der sich mit v_B = 22,22 m/s in Richtung Quelle bewegt

damit wird die registrierte Frequenz $f_2 = f_1\ (1 + v_B/c)$ = 748,4 Hz · 1,065

= **796,8 Hz**

e) Im Winter sinkt die Temperatur deutlich unter 20°C ab, c wird also kleiner.

Für die Frequenz f_0 der Grundschwingung gilt $f_0 = c / \lambda_0 = 2 \cdot c / L$

Daher wird die **Frequenz des von der Pfeife abgegebenen Tons niedriger**