Lösungen Experimentalphysik – SS07 – Version FZB1 A&B

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a) Auto A, weil $\dot{x}_A(t=1s) > \dot{x}_B(t=1s)$

b) Ja, in etwa zum Zeitpunkt $t = 2.7\,s$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

Aus $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow$ Fahrtzeit $\Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{v}} = \frac{600\,km}{120\,\frac{km}{h}} = 5\,h$

$\Rightarrow$ Durchschnittliche Winkelgeschwindigkeit:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\pi/2\ rad}{(5)(3600\,s)} \approx 8.73 \times 10^{-5}\,\frac{rad}{s}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} R\,[\omega t - \sin(\omega t)] \\ R\,[1 - \cos(\omega t)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

a) $$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\,[\omega - \omega\cos(\omega t)] \\ R\omega\sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

b) $$\vec{v}_1 = \vec{v}\left(\frac{T}{2}\right) = \begin{pmatrix} R\,[\omega - \omega\cos(\pi)] \\ R\omega\sin(\pi) \end{pmatrix}, \text{ weil } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Mit $\cos(\pi) = -1$ und $\sin(\pi) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2R\omega \\ 0 \end{pmatrix}}$$

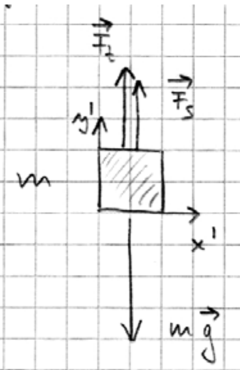
$$\vec{v}_2 = \vec{v}(T) = \begin{pmatrix} R\,[\omega - \omega\cos(2\pi)] \\ R\ \sin(2\pi) \end{pmatrix}$$

Mit $\cos(2\pi) = 1$ und $\sin(2\pi) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 4:

a.)



Beschleunigtes x', y' - Koordinatensystem (am Körper befestigt!)

b.) Newton II:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad ! \quad (\text{d'Alembert})$$

$$\vec{F}_s + m\vec{g} + \vec{F}_t = 0,$$

wobei $\vec{F}_t$ = Trägheitskraft $\quad \boxed{\vec{F}_t = -m\vec{a}}$

Also: $\vec{F}_s + m\vec{g} - m\vec{a} = 0$, wobei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$

y-Komponente: $F_s - mg - m a_y = 0$

$$\Rightarrow F_s = mg + m a_y = m(g + a_y) = (200\,kg)\left[9.81 \frac{m}{s^2} - 4 \frac{m}{s^2}\right]$$

$$\boxed{F_s = 1.16\ kN}$$

c.) Verrichtete Arbeit der Gewichtskraft:

$W_G = \vec{F}_G \cdot \vec{s}$, wobei $\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ -h \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_G}} = (-mg)(-h) = -(200\,kg)\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(-1.5\,m) \approx \underline{\underline{2.94\ kJ}}$$

Seilkraft:

$W_s = \vec{F}_s \cdot \vec{s}$, wobei $\vec{F}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.16\,kN \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ -h \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_s}} = (1.16\,kN)(-1.5\,m) = \underline{\underline{-1.74\ kJ}}$$

!!

d.) Sinkzeit: mit $s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2\,(1.5\,m)}{4\,m/s^2}} \approx 0.866\,s$

$$\Rightarrow \text{Durchschnittsleistung: } \underline{\underline{\overline{P}}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{W_G + W_S}{\Delta t} = \frac{2.94\,kJ - 1.74\,kJ}{0.866\,s} = \underline{\underline{1.39\ kW}}$$

Lösungvorschlag zu Aufgabe 5:

a) EES: $m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad (1)$

IES: $0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow v_1' = -\frac{m_2}{m_1} v_2' \quad (2)$

(2) in (1): $m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 v_2'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

$$v_2'^2 \left(\frac{1}{2} \frac{m_2^2}{m_1} + \frac{1}{2} m_2 \right) = m_1 g h$$

$$\Rightarrow \quad |v_2'| = \sqrt{\frac{2 m_1^2 g h}{m_2^2 + m_1 m_2}}$$

$$|v_2'| = \sqrt{\frac{2 (0.9\,kg)^2 (9.81\,m/s^2)(0.08\,m)}{(2\,kg)^2 + (0.9\,kg)(2\,kg)}}$$

$$\boxed{v_2' \approx -0.468 \frac{m}{s}}$$

b) $x_2' = x_S$ = Schwerpunktskoordinate !

$$x_S = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(0.9\,kg)(-0.26\,m) + 0}{0.9\,kg + 2\,kg}$$

$$\underline{\underline{x_S}} = -0.081\,m = \underline{\underline{-8.1\,cm}}$$

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 6:</u>

a) DIE:

$$r\, m_1 v_1 = r\, m_1 v_1' + J\omega \quad , \quad \text{wobei } r = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{r\, m_1 (v_1 - v_1')}{J} = \frac{\frac{L}{2} m_1 \left(\frac{1}{2} v_1\right)}{\frac{1}{12} m_2 L^2} = \frac{3 m_1 v_1}{m_2 L}$$

Mit $m_2 = 2 m_1$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{3 v_1}{2 L} = \frac{3\,(2\,\mathrm{m/s})}{2\,(1.5\,\mathrm{m})} = 2\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} \quad (*)$$

b)

$$E_{kin,0} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$E_{kin,E} = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1'^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_{kin,E}}{E_{kin,0}} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}(2m_1) L^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{v_1}{2}\right)^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{1}{6} L^2 \frac{\omega^2}{v_1^2} + \frac{1}{4}$$

Mit Gl. $(*)$ ergibt sich $\frac{\omega^2}{v_1^2} = \frac{9}{4L}$, so daß

$$\frac{E_{kin,E}}{E_{kin,0}} = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} = 0.625$$

$\Rightarrow$ Inelastischer Stoß mit ca. 38 % Energieverlust!

<u>Lösungvorschlag zu Aufgabe 7:</u>

a) Dehnung der Feder in der Ruhelage: $c\,\Delta y = m g$

$$\Rightarrow \Delta y = \frac{mg}{c} = \frac{(0.2\,kg)(9.81\,m/s^2)}{10\,N/m} \approx 0.196\,m$$

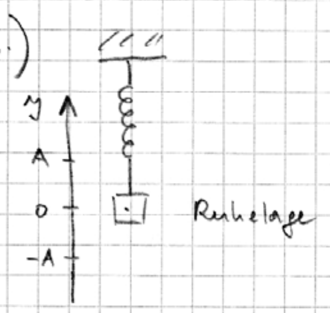
$$\Rightarrow \text{Amplitude: } \underline{\underline{A}} = \Delta L - \Delta y = 30\,cm - 19.6\,cm = \underline{\underline{10.4\,cm}}$$

Mit $y(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ (*)

und $y(t=0) = y_0 = A\cos(\phi)$

$$\Rightarrow \cos(\phi) = \frac{y_0}{A} = \frac{-10.4\,cm}{10.4\,cm} = -1 \Rightarrow \boxed{\phi = \pi}$$

b)



Mit $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{10\,N/m}{0.2\,kg}} = 7.07\,\frac{rad}{s}$

$$\Rightarrow y(3) = (10.4\,cm)\cos\left[\left(7.07\,\frac{rad}{s}\right)(3s) + \pi\,rad\right]$$

$$\boxed{y(3) = 7.39\,cm}$$

Aus Gl. (*) $\Rightarrow \dot{y}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi) = v(t)$

$$\Rightarrow v(3) = -(10.4\,cm)\left(7.07\,\frac{rad}{s}\right)\sin\left[\left(7.07\,\frac{rad}{s}\right)(3s) + \pi\,rad\right]$$

$$\boxed{v(3) = 51.8\,\frac{cm}{s}}$$

c) Zeitabhängige Amplitude $A(t) = A\,e^{-\delta t}$

$\Rightarrow \delta = \frac{1}{t}\ln\frac{A}{A(t)}$, wobei $t = 40\,T_d$.

Bei einer schwach gedämpften Schwingung ist $T_d \approx T_0$, wobei $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{7.07\,\frac{rad}{s}} \approx 0.889\,s$

$\Rightarrow \boxed{\delta = \frac{1}{40\,(0.889\,s)}\ln 2 \approx 0.0195\,\frac{1}{s}}$. Die Annahme ist gerechtfertigt, wenn $D \leq 0.1$. Mit $D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.0195\,1/s}{7.07\,rad/s}$

$\Rightarrow \boxed{D = 0.0028} \ll 0.1$