

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

Gravitationsgesetz: $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Aus dem Vergleich mit $F = m_2 a \Rightarrow g = \gamma \frac{m_1}{r^2}$

Für $h = 0$: $g_0 = \gamma \frac{m_1}{r_E^2} = (6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg}) \frac{(5.97 \times 10^{24} kg)}{(6370 \times 10^3 m)^2}$

$g_0 = 9.813 \frac{m}{s^2}$

$h = 2963 m$: $g_1 = \gamma \frac{m_1}{(r_E + 2963 m)^2} = \dots = 9.804 \frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \Delta g = 0.009 \frac{m}{s^2}$ und $\frac{g_0}{g_1} = 1.0009 \hat{=} 0.1\% \text{ Abw.}$

bzw. $\frac{g_1}{g_0} = 0.9991$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

$T = 24 h = 8.64 \times 10^4 s$ (Zeit für eine Umdrehung)

\Rightarrow Winkelgeschwindigkeit der Erde

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{8.64 \times 10^4 s} \approx 7.27 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{s}$

\Rightarrow Zentripetalbeschleunigung mit $v = \omega r$

$a_z = \frac{v^2}{r} = r \omega^2 = (6.37 \times 10^6 m) (7.27 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{s})^2$

$a_z = 0.0337 \frac{m}{s^2} = \Delta g$

\Rightarrow vermindertes g -Wert:

$g^* = g_0 - a_z = 9.813 \frac{m}{s^2} - 0.0337 \frac{m}{s^2} = 9.779 \frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \frac{g_0}{g^*} = \frac{9.813 \frac{m}{s^2}}{9.779 \frac{m}{s^2}}$ Also: $\frac{g_0}{g^*} = 1.0035 \hat{=} 0.35\% !$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

Gegeben: $m = 950 \text{ kg}$, $\Delta E = 1.4 \times 10^9 \text{ J}$
 $\mu = 0.03$, $\eta = 0.42$ (Wirkungsgrad)

a) Reibkraft zwischen Auto und Straße:

$$F_S = \mu N = \mu mg = (0.03)(950 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$F_S \approx 280 \text{ N}$$

Die von der Reibkraft verrichtete Arbeit

$$W = F_S s \Rightarrow s = \frac{W}{F_S} \quad \text{Mit } W = \eta \Delta E$$

$$\Rightarrow s = \frac{\eta \Delta E}{F_S} = \frac{(0.42)(1.4 \times 10^9 \text{ J})}{280 \text{ N}}$$

$$s = 2103 \text{ km}$$

b.) Kommt zusätzlich noch die Reibkraft zwischen Luft und Auto dazu:

$$F_{\text{neu}} = F_S + F_L$$

$$\text{Mit } F_L = (0.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) v^2 = (0.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) (\frac{160}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2$$

$$F_L = 593 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{\text{neu}} = 280 \text{ N} + 593 \text{ N} = 873 \text{ N}$$

$$\Rightarrow s_{\text{neu}} = \frac{\eta \Delta E}{F_{\text{neu}}} = \dots$$

$$\text{Also } s_{\text{neu}} = 674 \text{ km}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4:

$$m = 5 \text{ kg}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_0 = 0 \text{ s}, \quad t_1 = 2.5 \text{ s}$$

a.) Die mittlere Kraft $\vec{F}_{\text{avg}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$
 average

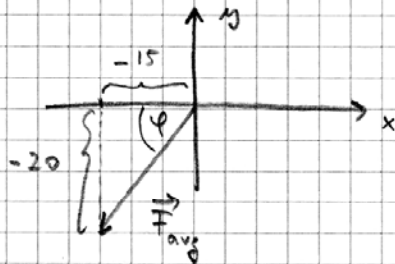
$$\text{Mit } \Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 = m (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = (5 \text{ kg}) \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta \vec{p} = \begin{pmatrix} -15 \\ -20 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow |\Delta \vec{p}| = \sqrt{15^2 + 20^2} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{\text{avg}}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = \frac{25 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2.5 \text{ s}} \quad \text{Also: } |\vec{F}_{\text{avg}}| = 10 \text{ N}$$

Richtung:



$$\tan \varphi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-20 \text{ N}}{-15 \text{ N}}$$

$$\tan \varphi = 1.\bar{3}$$

$$\Rightarrow \varphi = 53.1^\circ$$

b.) Ja, weil sich die Tangentialgeschwindigkeit geändert hat!

$$|\vec{v}_0| = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad |\vec{v}_1| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

\Rightarrow Verzögerung in Bahnrichtung!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5:

a.) Für eine konstante Winkelbeschleunigung α gilt

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2 \varphi_E}{t^2} = \frac{2 [n \cdot 2\pi]}{t^2} = \frac{2 [20 (2\pi)]}{(0.5s)^2}$$

$$\boxed{\alpha = 1005 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}$$

b.) $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = (1005 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}) (0.5s)$

$$\boxed{\omega_E = 503 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

c.) Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

hier: $M = r F = (0.003 \text{ m}) (3 \text{ N})$

$$\boxed{M = 9 \times 10^{-3} \text{ Nm}}$$

d.) Arbeit: $W = \int M d\varphi$

hier: $W = M \varphi_E$, weil $M = \text{const.}$

$$W = (9 \times 10^{-3} \text{ Nm}) \underbrace{(20 (2\pi \text{ rad}))}_{126 \text{ rad}}$$

$$\boxed{W = 1.13 \text{ J}}$$

e.) Newton II: $M = J \alpha$

\Rightarrow Massenträgheitsmoment $J = \frac{M}{\alpha}$

$$J = \frac{9 \times 10^{-3} \text{ Nm}}{1005 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{J = 8.96 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6:

a) Drehimpuls: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$
 Mit $\vec{r} \perp \vec{p} \Rightarrow l = r p = r m v$
 $= (1.5 \text{ m})(55 \text{ kg})(1.4 \frac{\text{m}}{\text{s}})$
 $l = 115.5 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

Da $l_1 = l_2 = l$ und $L = l_1 + l_2 = 2l$

$\Rightarrow L = 231 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

b.) 2 Punktmassen auf dem Kreis: $J = 2mr^2$

Mit $L_1 = J_1 \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{L_1}{J_1} = \frac{L_1}{2mr^2}$
 $= \frac{231 \text{ kg m}^2/\text{s}}{2(55 \text{ kg})(1.5 \text{ m})^2}$

$\omega_1 = 0.933 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

c.) DIE: $L_1 = L_2$

$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$

$\Rightarrow \omega_2 = \frac{J_1}{J_2} \omega_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \omega_1 = \left(\frac{1.5 \text{ m}}{0.6 \text{ m}}\right)^2 (0.933 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$
 $= \frac{2.5^2}{2.5^2} (0.933 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$

$\omega_2 = 5.83 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

d.) $E_{\text{kin},1} = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} (2mr_1^2) \omega_1^2 =$
 $= \frac{1}{2} (248 \text{ kgm}^2) (0.933 \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2$

$E_{\text{kin},1} = 108 \text{ J}$

$E_{\text{kin},2} = \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} (39.6 \text{ kgm}^2) (5.83 \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2$

$E_{\text{kin},2} = 673 \text{ J}$

Die Eisläufer müssen sich gegen die Zentrifugalkräfte nach innen ziehen und Arbeit leisten. $W = \Delta E_{\text{kin}}$!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7:

Geg: $T = 9.8 \text{ s}$, $c = 37 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $A = 32 \text{ m}$

a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \Rightarrow m = \frac{T^2}{4\pi^2} c = \frac{(9.8 \text{ s})^2}{4\pi^2} 37 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$m = 90.0 \text{ kg}$

b.) Der Bungeespringer erreicht seine maximale Geschwindigkeit im "neuen" Nulldurchgang. In diesem Punkt gleicht die Gewichtskraft die Federkraft aus.

Mit $y(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

$\Rightarrow \dot{y}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$, wobei $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9.8 \text{ s}} = 0.641 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\Rightarrow \overline{v_{\max}} = A\omega = (32 \text{ m}) (0.641 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) = 20.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Außerdem gilt: $F_{\text{Feder}} = mg$
 $c \Delta y = mg$

$\Rightarrow \Delta y = \frac{mg}{c} = \frac{(90.0 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{37 \text{ N/m}}$

$\Delta y \approx 23.9 \text{ m}$

c.) EES: $\frac{1}{2} c (A + \Delta y)^2 = mgh$

$\Rightarrow h = \frac{c (A + \Delta y)^2}{2mg} = \frac{(37 \text{ N/m}) (32 \text{ m} + 23.9 \text{ m})^2}{2 (90 \text{ kg}) (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}$

$h \approx 65.5 \text{ m}$

Ursprungslänge des Seils: $L_0 = h - A - \Delta y$
 $= 65.5 \text{ m} - 32 \text{ m} - 23.9 \text{ m}$

$L_0 \approx 9.6 \text{ m}$

d.) $b = 10.8 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \Rightarrow \delta = \frac{b}{2m} = \frac{10.8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{2 (90 \text{ kg})} \approx 0.06 \frac{1}{\text{s}}$

Mit $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$

$\Rightarrow t = -\frac{1}{\delta} \ln \frac{A(t)}{A_0} = -\frac{1}{0.06 \frac{1}{\text{s}}} \ln \frac{2 \text{ m}}{32 \text{ m}}$

$t \approx 46.2 \text{ s} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{46.2 \text{ s}}{9.8 \text{ s}} \approx 4.72$