Wintersemester	2006/07	Blatt 1 (von 6)
Studiengang:	BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 120 Minuten

Gesamtpunktzahl: 120

<u>Aufgabe 1:</u> Reichweite **(12 Punkte)**

Der Tank eines Autos der Masse 950 kg enthält 40 kg Kraftstoff, was einer gespeicherten Energie von 1,4 GJ entspricht. Die Reibungskraft F_R zwischen Auto und Straße kann mit dem Reibungskoeffizienten $\mu_R = 0{,}03$ beschrieben werden. Die Reibungskraft F_L zwischen Auto und umströmender Luft hängt von der Geschwindigkeit v des Autos ab :

$$F_L = v^2 \cdot 0{,}30\ \text{kg/m}$$

a) Bei geringer Geschwindigkeit kann die Luftreibung vernachlässigt werden. Wie weit fährt das Auto dann mit der Tankfüllung, wenn der Wirkungsgrad η des Gesamtsystems bei der Umwandlung von Kraftstoff in mechanische Arbeit 0,42 beträgt ?

b) Wie weit kann das Auto bei der konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h fahren ?

c) Wie weit kommt es bei einer konstanten Geschwindigkeit von 160 km/h ?

<u>Hinweis</u>: Der Gewichtsverlust durch den Kraftstoffverbrauch kann vernachlässigt werden.

Lösungsvorschlag **Reichweite** **Autor: H Käß**

Der Energieinhalt des Tanks beträgt $E_T = 1{,}4\ \text{GJ} = 1{,}4 \cdot 10^9\ \text{J}$. Davon kann ein Anteil von $\eta = 42\ \%$ in mechanische Arbeit verwandelt werden.

a) Die Reibungskraft F_{R0} bei geringer Geschwindigkeit ist

$$F_{R0} = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_G = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}03 \cdot 950\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 279{,}58\ \text{N}$$

Die mechanische Arbeit wird als Reibungsarbeit W_R entlang der Fahrstrecke s verrichtet. Es gilt

$$W_R = F_{R0} \cdot s = \eta \cdot E_T = 5{,}88 \cdot 10^8\ \text{J}$$

daraus folgt

$$s_0 = \eta \cdot E_T / F_{R0} = 0{,}42 \cdot 1{,}4 \cdot 10^9\ \text{Nm} / 279{,}58\ \text{N} = \mathbf{2103{,}15\ km}$$

<u>Bemerkung</u>: Berücksichtigte man die Gewichtsabnahme durch das Leerfahren des Tanks, wäre mit der folgenden mittleren Reibungskraft F_S zu rechnen

$$F_S = \mu \cdot g \cdot (m_{anfang} + m_{ende}) / 2 = 0{,}03 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot (950\ \text{kg} + 910\ \text{kg}) / 2 = 273{,}70\ \text{N}$$

Damit vergrößerte sich die Fahrstrecke auf 2148,34 km.

b) Reibungskraft F_{R1} bei der konstanten Geschwindigkeit v = 80 km/h = 22,22 m/s

$$F_{R1} = F_{R0} + F_L(22{,}22\ \text{m/s}) = F_{R0} + (22{,}22\ \text{m/s})^2\ 0{,}30\ \text{kg/m}$$
$$= 279{,}58\ \text{N} + 148{,}15\ \text{N} = 427{,}73\ \text{N}$$

daraus folgt

$$s_1 = \eta \cdot E_T / F_{R1} = 0{,}42 \cdot 1{,}4 \cdot 10^9\ \text{Nm} / 427{,}73\ \text{N} = \mathbf{1374{,}70\ km}$$

c) Reibungskraft F_{R2} bei der konstanten Geschwindigkeit v = 160 km/h = 44,44 m/s

$$F_{R2} = F_{R0} + F_L(44{,}44\ \text{m/s}) = F_{R0} + (44{,}44\ \text{m/s})^2\ 0{,}30\ \text{kg/m}$$
$$= 279{,}58\ \text{N} + 592{,}59\ \text{N} = 872{,}17\ \text{N}$$

daraus folgt

$$s_2 = \eta \cdot E_T / F_{R2} = 0{,}42 \cdot 1{,}4 \cdot 10^9\ \text{Nm} / 872{,}17\ \text{N} = \mathbf{674{,}18\ km}$$

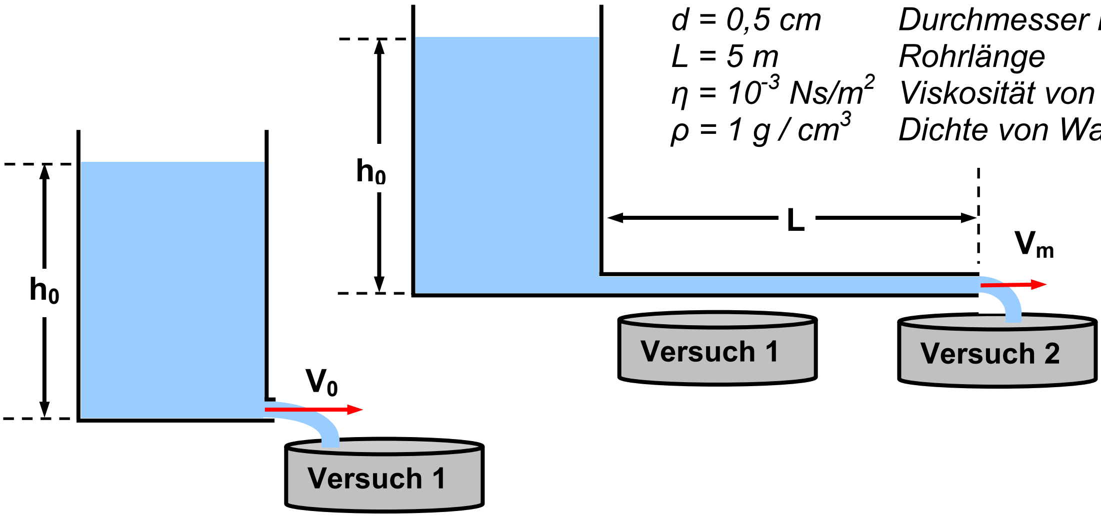
Wintersemester	2006/07	Blatt 2 (von 6)
Studiengang:	BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach:	Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)

<u>Aufgabe 2:</u> Bewässerung **(20 Punkte)**

Ein großes, nicht transportables Wassergefäß wird nacheinander zur Bewässerung zweier Experimente verwendet. Für Versuch 1 strömt das Wasser direkt aus einem Loch in Bodenhöhe in das Experiment. Für Versuch 2 wird es dagegen von dem Loch durch ein horizontales Rohr der Länge L zum Experiment geführt (siehe Skizze). In beiden Fällen ist der Füllstand h_0 des Wassers gleich und während der Beobachtungszeit konstant.

<u>Angaben</u>:

$h_0 = 1\ m$	*Füllstand*
$d = 0{,}5\ cm$	*Durchmesser Loch und Rohr*
$L = 5\ m$	*Rohrlänge*
$\eta = 10^{-3}\ Ns/m^2$	*Viskosität von Wasser*
$\rho = 1\ g / cm^3$	*Dichte von Wasser*



Strömungsverhältnisse für **Versuch 1** (hier ist die Reibung zu vernachlässigen) :

a) Mit welcher Geschwindigkeit v_0 fließt das Wasser aus dem kreisrunden Loch ?

b) Wie groß ist der Volumenfluss pro Zeit ?

Strömungsverhältnisse für **Versuch 2** :

c) Wie groß ist der Volumenfluss pro Zeit ?

d) Mit welcher mittleren Geschwindigkeit v_m fließt das Wasser aus dem Rohr ?

e) Ab welcher mittleren Geschwindigkeit wird die Strömung im Rohr turbulent ?

Lösungsvorschlag **Bewässerung** **Autor: H Käß**

a) Mit der Ausflussformel nach Torricelli folgt

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ 1\ m^2/s^2} = \mathbf{4{,}429\ m/s}$$

<u>Bemerkung</u> : Die Ausflussformel folgt natürlich aus der Bernoulligleichung, die in diesem Fall lautet

$$\rho \cdot g \cdot h_0 = ½ \cdot \rho \cdot v^2$$

b) Volumenfluss pro Zeit dV/dt folgt aus dem Lochquerschnitt $A = \pi \cdot (d/2)^2 = 19{,}635\ mm^2$

zu $dV/dt = v_0 \cdot A = 4{,}429\ m/s \cdot 19{,}635 \cdot 10^{-6}\ m^2$ $= \mathbf{86{,}96 \cdot 10^{-6}\ m^3/s}$

$= \mathbf{0{,}08696\ l/s}$

$= \mathbf{5{,}218\ l/min}$

Von nun an ist die Reibung zu berücksichtigen !

c) Am Rohranfang herrscht der hydrostatische Druck einer Wassersäule der Höhe h_0 zuzüglich des Aussendrucks, am Rohrende herrscht lediglich der Aussendruck. Der Druckunterschied Δp über die Rohrlänge L hinweg beträgt somit

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h_0 = 1000\ kg/m^3 \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 1\ m = 9810\ N/m^2$$

Nach Hagen-Poiseuille gilt mit dem Rohrradius R = d/2

$$dV/dt = \pi \cdot R^4 \cdot \Delta p / (8 \cdot \eta \cdot L) = \pi \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-3} m)^4 \cdot 9810\ Pa / (8 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s \cdot 5\ m)$$

$= \mathbf{30{,}097 \cdot 10^{-6}\ m^3/s}$

$= \mathbf{30{,}1\ ml/s}$

$= \mathbf{1{,}8058\ l/min}$

d) Die mittlere Geschwindigkeit v_m folgt aus $dV/dt = v_m \cdot A$

zu $v_m = dV/dt \cdot 1/A$ $= \mathbf{1{,}5328\ m/s}$

e) Kritische Reynoldszahl in einem Rohr $Re_{krit} = 2320$

Dabei ist $Re = d \cdot v \cdot \rho / \eta$ mit d = Rohrdurchmesser

Also $v_{krit} = Re_{krit} \cdot \eta / (d \cdot \rho) = 2320 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s / (5 \cdot 10^{-3}\ m \cdot 1000\ kg/m^3)$

$= \mathbf{0{,}464\ m/s}$

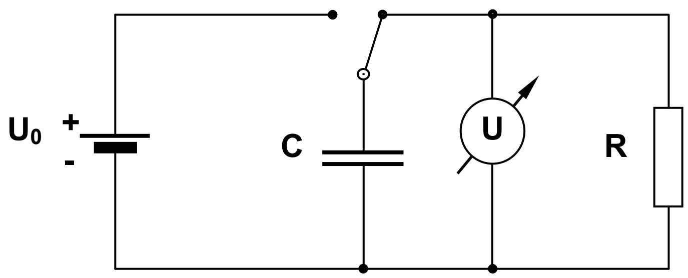
Wintersemester 2006/07	Blatt 3 (von 6)
Studiengang: BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)

<u>Aufgabe 3:</u> Entladevorgang **(30 Punkte)**

Der auf einem Kondensator angegebene Kapazitätswert von 270 (1±5%) µF soll überprüft werden, da die Fertigungstoleranzen solcher Bauteile erheblich sind. Hierzu wird der Kondensator auf eine Spannung U_0 = 100 V aufgeladen und dann über einen Präzisionswiderstand R = 100 kΩ entladen. Während der Entladung wird der Verlauf der Spannung am Kondensator in Abhängigkeit von der Zeit aufgenommen. Dies ergibt folgende Werte :

t [s]	1	3	5	10	15	20	30	40	50	70	90	120
U [V]	97,2	86,1	82,8	65,7	52,3	43,5	32,2	21,3	13,0	6,52	2,21	0,70

Laden ↔ Entladen



<u>Hinweis</u>: Nach der Theorie erwartet man folgende Zeitabhängigkeit der Spannung U am Kondensator C :

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dabei setzt die Entladung zur Zeit t = 0 s ein, U_0 ist die Spannung zu Beginn des Entladevorgangs

a) Zeigen Sie, daß man bei logarithmischer Auftragung der Spannung U über der Zeit t eine Gerade erhält, aus der die Kapazität C des Kondensators ermittelt werden kann.

b) Erstellen Sie ein entsprechendes Diagramm und bestimmen Sie damit die Kapazität C.

c) Ermitteln Sie die Fehlergrenzen für die Kapazität und geben Sie das sinnvoll gerundete Ergebnis an (eine signifikante Stelle für den Fehler). R werde als exakt angenommen.

d) Ist die Angabe auf dem Kondensator korrekt ?

e) Nach welcher Zeit $t_{1/2}$ ist die Spannung auf die Hälfte des Anfangswerts U_0 gefallen ?

f) Hat der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts (U) eine Auswirkung auf das Messergebnis (Antwort bitte begründen) ?

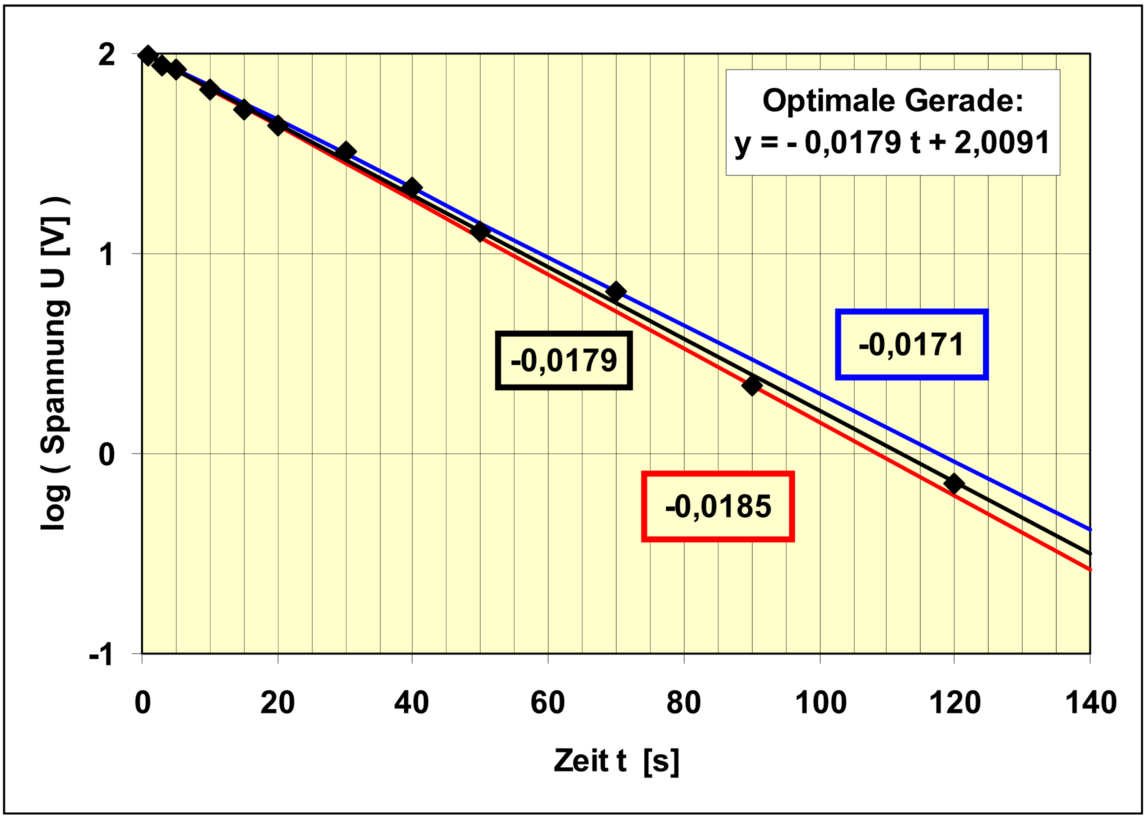
Lösungsvorschlag **Entladevorgang** **Autor: H Käß**

a) Logarithmieren der Theoriefunktion ergibt

$$\ln(U) = \ln(U_0) - t / (R \cdot C) \qquad \text{entspricht} \qquad y = b + m \cdot t$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden mit der **Steigung $m = -1 / (R \cdot C)$**. Ermittlung der Steigung m im logarithmisch aufgetragenen Spannungs-Zeit-Diagramm erlaubt also bei bekanntem Entladewiderstand R die Berechnung der Kapazität C

b) Logarithmische Auftragung der Spannungswerte über der Zeit ergibt ein Diagramm der folgenden Art (Achtung: die Geradensteigungen der hier gezeigten Excel - Graphik sind noch mit ln(10) zu multiplizieren ! Vgl die gescannte Handzeichnung !!)



Auswertung des Diagramms ergibt für die Steigung der optimalen Geraden den Wert $m_{opt} = -0{,}0179 \cdot \ln(10) = -0{,}04122$ 1/s

Da $m_{opt} = -1 / (R \cdot C)$ folgt $C = -1 / (R \cdot m_{opt}) = 1 / (4121{,}6 \text{ V/C}) =$ **242,62 µF**

c) Die eingezeichneten Fehlergeraden haben die Steigungen m_{min} und m_{max}.

obere Gerade: $m_{min} = -0{,}0171 \cdot \ln(10) = -0{,}03937$ 1/s und daraus
$C_{max} = -1 / (R \cdot m_{min}) = 1 / (3937{,}4 \text{ V/C}) =$ **253,97 µF**

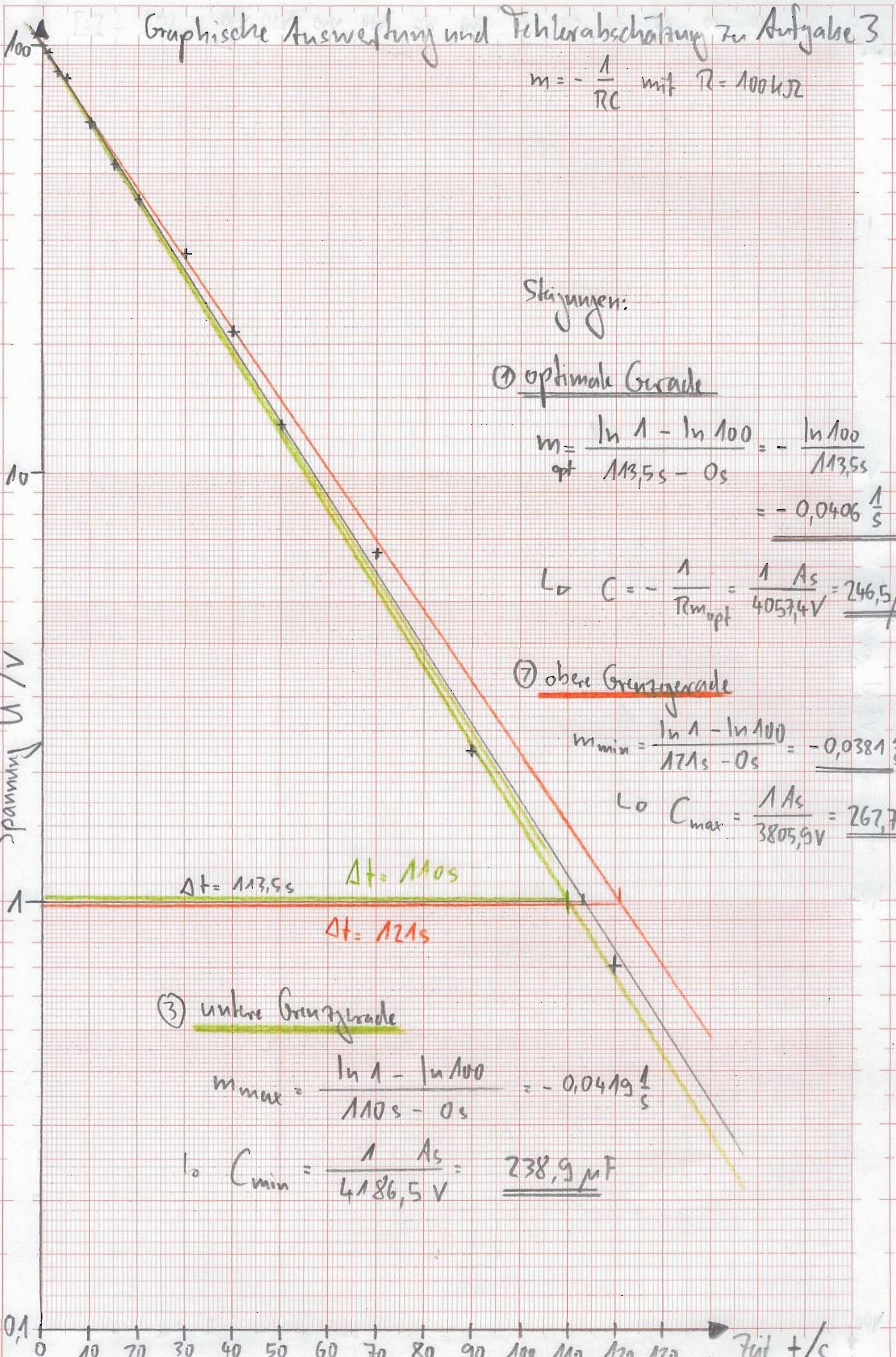
untere Gerade: $m_{max} = -0{,}0185 \cdot \ln(10) = -0{,}04260$ 1/s und daraus
$C_{min} = -1 / (R \cdot m_{max}) = 1 / (4259{,}8 \text{ V/C}) =$ **234,75 µF**

Die beiden Werte C_{min} und C_{max} repräsentieren die Fehlergrenzen. Sie sind noch sinnvoll - auf 1 signifikante Stelle der Fehlerangabe - zu runden. Das Toleranzintervall hat die Breite $\Delta C = C_{max} - C_{min} = 19{,}22$ µF ≈ 20 µF

Das Endresultat der Messung lautet also **C = (240 ± 10) µF = 240(1 ± 4%) µF**

Graphische Auswertung und Fehlerabschätzung zu Aufgabe 3

$m = -\frac{1}{RC}$ mit $R = 100\,k\Omega$



Steigungen:

① optimale Gerade

$$m_{opt} = \frac{\ln 1 - \ln 100}{113{,}5s - 0s} = -\frac{\ln 100}{113{,}5s} = -0{,}0406\,\frac{1}{s}$$

↳ $C = -\frac{1}{R m_{opt}} = \frac{1\,As}{4057{,}4\,V} = 246{,}5\,\mu F$

② obere Grenzgerade

$$m_{min} = \frac{\ln 1 - \ln 100}{121s - 0s} = -0{,}0381\,\frac{1}{s}$$

↳ $C_{max} = \frac{1\,As}{3805{,}9\,V} = 262{,}7\,\mu F$

③ untere Grenzgerade

$$m_{max} = \frac{\ln 1 - \ln 100}{110s - 0s} = -0{,}0419\,\frac{1}{s}$$

↳ $C_{min} = \frac{1\,As}{4186{,}5\,V} = 238{,}9\,\mu F$

d) Die Angabe auf dem Bauteil ist : 270 (1±5%) µF = (270±13,5) µF. Laut Spezifikation des Herstellers soll also der Kapazitätswert zwischen 256,5 µF und 283,5 µF liegen.

Das Experiment ergab einen Wert zwischen 230 µF und 250 µF (gerundete Werte entsprechend Messgenauigkeit).

Damit liegt der gemessene Kondensator gerade nicht mehr innerhalb der vom Hersteller angegebenen Spezifikation und die Angabe ist **nicht** korrekt.

Hinweis : je nach Verlauf der in der Klausur von Hand gezeichneten Geraden können sich auch etwas andere Werte ergeben! Dies hat natürlich auch Auswirkungen auf die Beantwortung dieser Teilaufgabe !

e) Es soll sein $U(t_{½}) = ½\cdot U_0$

Also $½\cdot U_0 = U_0\cdot \exp[-t_{½} / (R\cdot C)]$

daraus $-\ln(2) = -t_{½} / (R\cdot C)$

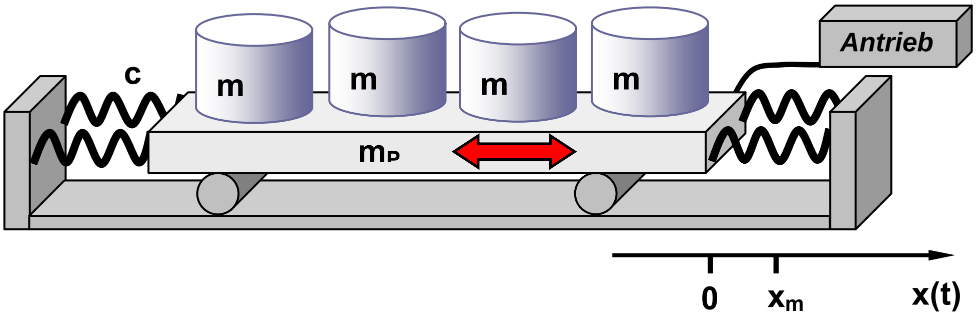
und es folgt $t_{½} = R\cdot C\cdot \ln(2) = 100\ \text{k}\Omega\cdot 240\ \mu\text{F}\cdot 0{,}693 =$ **16,6 s**

f) Ein ideales Spannungsmessgerät hat einen unendlich hohen Innenwiderstand. Der endliche Widerstand eines realen Messgeräts liegt parallel zum Messwiderstand R. Der Kondensator wird also über einen Gesamtwiderstand kleiner als 100 kΩ entladen und der Entladevorgang verläuft schneller, als von der Theorie vorausgesagt. Die Steigung der Messgeraden wird demnach tendenziell etwas zu groß sein, der ermittelte Kapazitätswert entsprechend etwas zu **gering**.

Wintersemester 2006/07	Blatt 4 (von 6)
Studiengang: BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)

<u>Aufgabe 4:</u> Shaker **(22 Punkte)**

Ein Schüttelgerät zur stetigen Durchmischung des Inhalts von Laborgefäßen besteht aus einer horizontalen, reibungsfrei gelagerten Platte. Sie wird von vier gleichen Federn in einem Rahmen gehalten. Ein Antrieb dient zur periodischen Anregung.



Zuerst wird bei abgekoppeltem Antrieb die frei schwingende Anordnung untersucht.

Wenn vier Gefäße der Einzelmasse $m = 500$ g auf der Platte der Masse m_P stehen, beträgt die Schwingungsfrequenz $f_1 = 2$ Hz. Ohne Gefäße erhöht sie sich auf $f_2 = 5$ Hz.

a) Berechnen Sie die Masse m_P der Platte

b) Berechnen Sie die Federkonstante c der Einzelfedern

Die vier Gefäße stehen auf der Platte. Die Anordnung wird mit der Anfangsauslenkung x_0 aus der Ruhe losgelassen und schwingt danach frei. Die Schwingungsamplitude x_m verringert sich innerhalb von 5 Perioden exponentiell auf ¼ des Anfangswertes x_0.

c) Berechnen Sie Abklingkonstante δ und Dämpfungsgrad D der Anordnung unter der Annahme, dass eine schwache Dämpfung vorliegt

Der Antrieb wird nun zugeschaltet und die Anordnung mit den darauf stehenden vier Gefäßen periodisch angeregt.

d) Welche Anregungsfrequenz des Antriebs ergibt die maximale Schwingungsamplitude ?

<u>Hinweise</u> : *Die Federn und die Lagerung der Platte seien masselos.*
Die Teile c) und d) können unabhängig von a) und b) gelöst werden

Lösungsvorschlag Shaker Autor: H Käß

Für die Teilaufgaben a) und b) wird eine freie ungedämpfte Schwingung angenommen

a) Fall 1 : mit 4 Gefäßen $m_1 = m_P + 4\cdot m$ wobei $\omega_1 = 2\cdot\pi\cdot f_1 = \sqrt{c/m_1}$
Fall 2 : nur Platte $m_2 = m_P$ wobei $\omega_2 = 2\cdot\pi\cdot f_2 = \sqrt{c/m_2}$

Umgewandelt ...

$c = 4\cdot\pi^2\cdot f_1^2\cdot m_1 \quad = 4\cdot\pi^2\cdot f_1^2\cdot(m_P + 4\cdot m)$

$c = 4\cdot\pi^2\cdot f_2^2\cdot m_2 \quad = 4\cdot\pi^2\cdot f_2^2\cdot m_P$

Elimination der Federkonstante c aus den beiden Gleichungen ...

$4\cdot\pi^2\cdot f_2^2\cdot m_P = 4\cdot\pi^2\cdot f_1^2\cdot(m_P + 4\cdot m)$

$f_2^2\cdot m_P = f_1^2\cdot(m_P + 4\cdot m) = m_P\cdot f_1^2 + 4\cdot m\cdot f_1^2\cdot$

$m_P\,(f_2^2\cdot - f_1^2) = 4\cdot m\cdot f_1^2\cdot$

$m_P = 4\cdot m\cdot f_1^2 / (f_2^2\cdot - f_1^2) = 2\text{ kg } 4\text{ Hz}^2 / (25\text{ Hz}^2 – 4\text{ Hz}^2) = \mathbf{0{,}3809\ kg}$

b) Die Ersatzfederkonstante ist $c = 4\cdot\pi^2\cdot f_2^2\cdot m_P = 4\cdot\pi^2\cdot 25(1/s^2)\cdot 0{,}3809\text{ kg} = 375{,}98\text{ N/m}$

Da die vier Federn parallel geschaltet sind, beträgt die Federkonstante jeder Einzelfeder gerade ¼ dieses Wertes, also

$c_{einzel} = ¼\cdot c = \mathbf{94{,}00\ N/m}$

Von nun an ist mit den Gesetzen für gedämpfte Schwingungen zu rechnen !!
Es wird schwache Dämpfung angenommen.

c) Mit vier Gefäßen auf der Platte beträgt die Schwingungsdauer $T_1 = 1/f_1 = 0{,}5$ s

Für die Schwingungsamplitude gilt $x_m(t) = x_0\cdot\cdot \exp[-\delta\cdot t]$
Offenbar ist hier also $x_m(5\cdot T_1) = x_0 / 4$
Somit $x_0 / 4 = x_0\cdot\cdot \exp[-\delta\cdot 5\cdot T_1]$
$\ln(4) = \delta\cdot 5\cdot T_1$

$\delta = \ln(4) / (5\cdot T_1) = \mathbf{0{,}5545\ 1/s}$

Daraus folgt der Dämpfungsgrad D zu $D = \delta / \omega_0 \approx \delta / \omega_1 = \mathbf{0{,}04413}$

d) Die maximale Schwingungsamplitude ergibt sich bei einer Anregung mit der Resonanzfrequenz ω_{res}, diese beträgt für die vorliegende Anordnung

$\omega_{res} = \omega_0\cdot\sqrt{1 - 2\cdot D^2} \quad = 4\cdot\pi\cdot\text{rad/s}\cdot\sqrt{1 - 2\cdot 0{,}00195} \quad = \omega_0\cdot 0{,}99805$

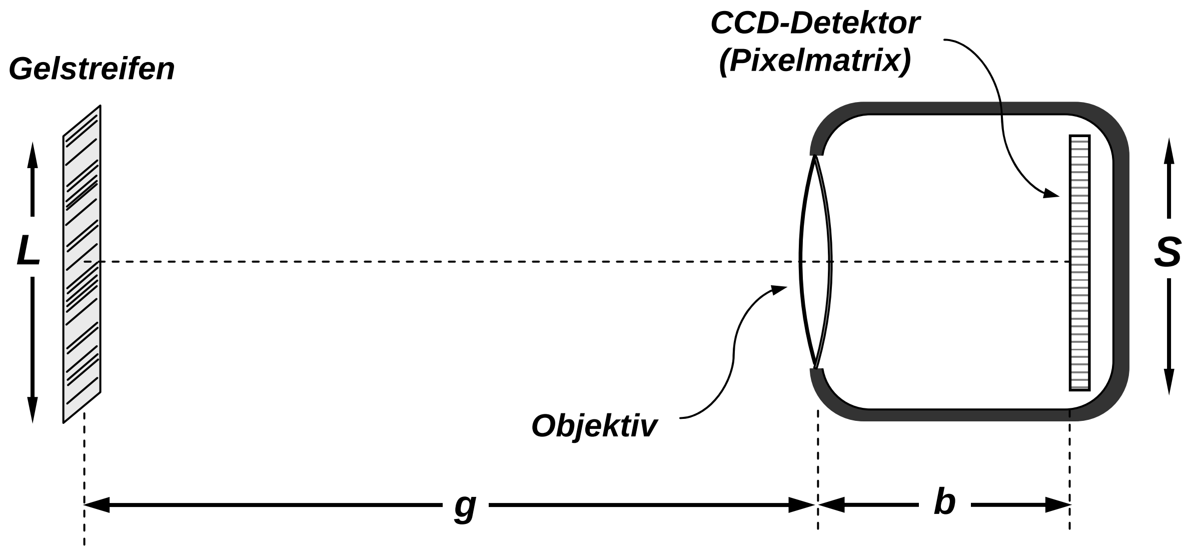
$= 12{,}542$ rad/s

mit $\omega_{res} = 2\cdot\pi\cdot f_{res}$ folgt $f_{res} = \mathbf{1{,}9961\ Hz}$

Wintersemester 2006/07	Blatt 5 (von 6)
Studiengang: BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)

Aufgabe 5: SDS-PAGE **(18 Punkte)**

Eine Anlage zur Auswertung von SDS-Gelelektrophorese-Streifen mit einer Digitalkamera ist zu dimensionieren. Die Gelstreifen werden in der Entfernung g = 40 cm vom Objektiv der Kamera fixiert. Sie haben eine Länge von L = 15 cm und sollen formatfüllend unter Ausnutzen der gesamten Länge S = 2,54 cm des CCD-Detektors aufgenommen werden.



a) Welchen Abstand b zur Detektionsebene hat die Objektivlinse bei scharfer Abbildung ?

b) Welche Brennweite ist für das Objektiv zu wählen ?

c) In Richtung der Länge S besitzt der CCD-Detektor 2048 lichtempfindliche Pixel. Welchen Abstand ΔL_{min} müssen zwei Linien auf dem Gelstreifen mindestens haben, damit sie von benachbarten Pixeln des Detektors abgebildet werden ?

d) Bei gleichem Abstand g zur Kamera sollen nun Gelstreifen mit Linienabständen kleiner als ΔL_{min} ausgewertet werden. Ist die Brennweite des Objektivs zu vergrößern oder zu reduzieren, damit nebeneinanderliegende Linien weiterhin auf benachbarte Pixel abgebildet werden ? Antwort bitte begründen !

Lösungsvorschlag SDS-PAGE **Autor: H Käß**

a) Formatfüllend bedeutet hier: Gegenstandsgröße $G = L = 15$ cm

Bildgröße $B = S = 2{,}54$ cm

Die Vergrößerung V wird damit $V = B/G = 0{,}1693$

wegen $V = B/G = b/g$

ergibt sich die Bildweite b zu $b = V \cdot g = 0{,}1693 \cdot 0{,}4$ m = **0,0677 m**

b) Die Brennweite folgt aus der Abbildungsgleichung $1/f = 1/b + 1/g$

also $1/f = 1/0{,}0677$ m + $1/0{,}4$m = 17,264/m

und damit $f = 0{,}0579$ m = **5,79 cm**

c) Der Abstand zweier Pixel des Detektors beträgt $\Delta S = S/2048 = 2{,}54$ cm / 2048

= 0,0012 cm = 12,40 µm

Zwei Gegenstandspunkte, die auf benachbarten Pixeln abgebildet werden, haben somit den Abstand $\Delta L_{min} = \Delta S / V = 12{,}4$ µm / 0,1693 = **73,24 µm**

d) In diesem Fall muss die Vergrößerung V gesteigert werden, damit die BIldpunkte auf dem Detektor weiter auseinanderliegen.

Da $V = B/G = b/g$ muss dafür bei konstantem g die Bildweite b größer werden.

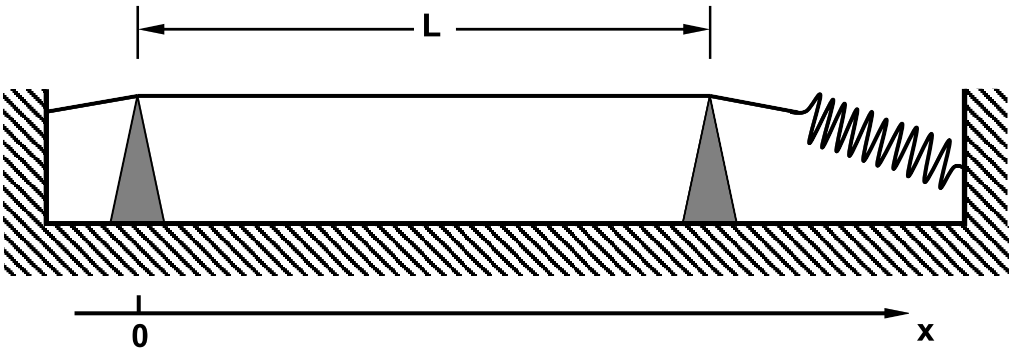
Wegen der Abbildungsgleichung $1/f = 1/g + 1/b$ heisst dies, dass 1/f kleiner wird.

Also muss die **Brennweite f größer** gewählt werden

Wintersemester 2006/07	Blatt 6 (von 6)
Studiengang: BT(B)2 / CI(B)2	Semester 2
Prüfungsfach: Physik 2	Fachnummer: 2011 2040 2044 (B)

Aufgabe 6: Querwelle **(18 Punkte)**

Eine Stahlsaite wird zu transversalen Schwingungen angeregt. Sie hat den Durchmesser d = 0,5 mm, die Dichte ρ = 7,7 g/cm³ und wird von einer Feder mit der Kraft F = 40 N gespannt. Der Abstand der beiden Auflagepunkte beträgt L = 80 cm.



a) Skizzieren Sie die Lage der Schwingungsbäuche und –knoten für die niedrigsten drei Eigenfrequenzen f_0, f_1 und f_2.

b) Berechnen Sie diese niedrigsten drei Eigenfrequenzen.
Hinweis : für die Phasengeschwindigkeit c der Welle auf einer Saite der Querschnittsfläche A gilt $c = \sqrt{\dfrac{F}{A\,\rho}}$

c) Wo ist anzuregen, um das Entstehen der ersten Oberschwingung zu begünstigen ?

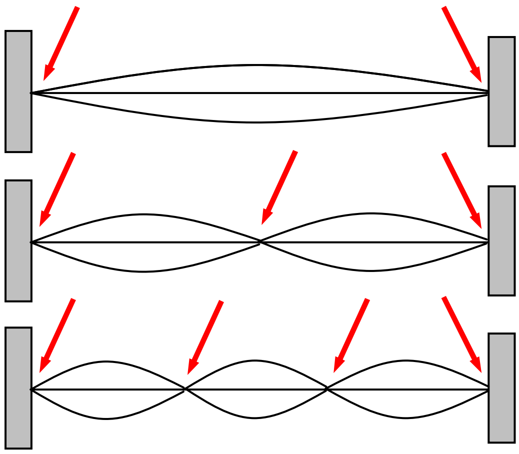
Die Saite schwinge mit ihrer Grundschwingungsfrequenz f_0 und der Amplitude 3 mm.

d) Welche Werte haben Schwingungsdauer T_0, Kreisfrequenz ω_0 und Wellenzahl k_0 ?

e) Geben Sie für diesen Fall eine Wellenfunktion als Funktion von Ort x und Zeit t an !

Lösungsvorschlag **Querwelle** **Autor: H Käß**

a) Stehende Wellen ... Knoten an den Pfeilen, dazwischen die Bäuche



Grundschwingung

f_0 mit $\lambda_0 = 2 \cdot L = 1{,}6$ m

1. Oberschwingung

f_1 mit $\lambda_1 = 1 \cdot L = 0{,}8$ m

2. Oberschwingung

f_2 mit $\lambda_2 = 2 \cdot L / 3 = 0{,}533$ m

b) Querschnittsfläche A des Drahts $A = \pi \cdot (d/2)^2 = \pi \cdot (0{,}25 \cdot 10^{-3}\text{m})^2 = 1{,}9635 \cdot 10^{-7}\text{m}^2$

Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle

$$c = \sqrt{\frac{F}{A\,\rho}} = \sqrt{\frac{40\ N\ m^3}{1{,}9635 \cdot 10^{-7}\, m^2\ 7700\ kg}} = 162{,}65\ m/s$$

Mit $c = \lambda \cdot f$ folgt $f = c / \lambda$ und somit $f_0 = c / \lambda_0 =$ **101,66 Hz**

$f_1 = c / \lambda_1 =$ **203,31 Hz**

$f_2 = c / \lambda_2 =$ **304,98 Hz**

c) Um die 1. Oberschwingung zu begünstigen, sollte bei L/4 oder 3L/4 angeregt werden

d) Die Schwingungsdauer bei der Grundfrequenz f_0 ist $T_0 = 1/f_0 = \mathbf{9{,}84 \cdot 10^{-3}\ s}$

Die zugehörige Kreisfrequenz ist $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 =$ **638,75 rad/s**

Die Wellenzahl beträgt $k_0 = 2 \cdot \pi / \lambda_0 =$ **3,927 1/m**

e) Eine mögliche Wellenfunktion für diese stehende Welle der Amplitude $y_m = 3$ mm kann folgendermaßen angegeben werden :

$y(x,t) = y_m \sin(k \cdot x) \sin(\omega \cdot t) =$ **3 mm sin (3,927 x / m) sin (638,75 t /s)**

alternativ, in Abhängigkeit von den nicht näher spezifizierten Anfangsbedingungen:

$y(x,t) = y_m \sin(k \cdot x) \cos(\omega \cdot t) = 3$ mm sin (3,927 x / m) cos (638,75 t /s)