

Wintersemester 2006/07	Blatt 1 (von 4)
Studiengang: BT(B)1 / CI(B)1	Semester 1
Prüfungsfach: Physik 1	Fachnummer: 1040 1041 (B)
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 60 Minuten

**Gesamtpunktzahl: 60**

**Aufgabe 1: Mechanisches ...**

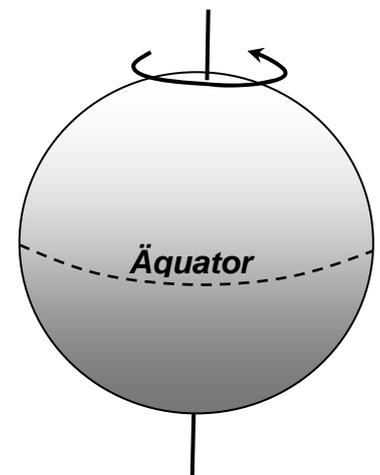
**(24 Punkte)**

*Diese Aufgabe besteht aus drei unabhängig voneinander lösbaren Teilaufgaben a) – c)*

**a) Erdbeschleunigung**

Um welchen Faktor und um welchen Absolutwert unterscheidet sich der Betrag der Erdbeschleunigung  $g$  am Äquator von seinem Wert am Nordpol? Treffen Sie zur Berechnung folgende Annahmen:

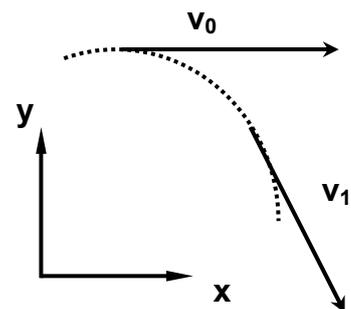
- Die Erde habe ideale Kugelform
- Der Erdradius betrage  $r_E = 6370$  km
- Eine volle Erdrotation dauere 24 Stunden
- Am Nordpol habe  $g$  den exakten Wert  $9.81 \text{ m/s}^2$



**b) Bahnkurve**

Ein Punkt der Masse  $m = 5$  kg bewegt sich entlang einer Bahnkurve in der  $(x,y)$  Ebene. Seine Geschwindigkeit zu den Zeitpunkten  $t_0 = 0$  s und  $t_1 = 2.5$  s wird durch die beiden Vektoren  $v_0$  und  $v_1$  gegeben:

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s} \quad \text{und} \quad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$$



- b1) Welche mittlere Kraft wirkt während des Zeitintervalls  $[t_0, t_1]$  auf dem Massepunkt ein? Geben Sie Betrag und Richtung der Kraft an!
- b2) Wirkt während des Zeitintervalls  $[t_0, t_1]$  eine Kraft in Bahnrichtung des Massepunkts? (Antwort bitte mit Begründung!)

**Lösungsvorschlag**

**Autor : H. Käß**

**1 a) Erdbeschleunigung**

Ruht ein Körper der Masse  $m$  am Äquator auf der Erdoberfläche, dann läuft er mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_E$  auf einer Kreisbahn mit Radius  $r_E$  um. Hierbei gilt

$$\omega_E = 2 \pi / T = 2 \pi / (24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}) = 7,272 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Auf diesen Körper wirken zwei Kräfte :

$$\begin{array}{ll} \text{Schwerkraft } F_G \text{ in Richtung Erdmittelpunkt} & F_G = m g \\ \text{Zentrifugalkraft } F_Z, \text{ sie ist } F_G \text{ entgegen gerichtet} & F_Z = m v^2 / r_E = m \omega_E^2 r_E \end{array}$$

Am Nordpol ist  $F_Z = 0$ , dort wirkt nur  $F_G$ . Die resultierende Kraft  $F_{\text{res}}$  am Äquator ist damit

$$F_{\text{res}} = F_G - F_Z = m g_{\text{äqu}}$$

Diese Kraft erteilt dem Körper eine resultierende Erdbeschleunigung  $g_{\text{äqu}}$  von

$$g_{\text{äqu}} = F_{\text{res}} / m = g - \omega_E^2 r_E = 9.81 \text{ m/s}^2 - 0,0337 \text{ m/s}^2 = 9,7763 \text{ m/s}^2$$

Die Differenz zwischen der Erdbeschleunigung am Äquator und am Nordpol beträgt

$$\Delta g = g_{\text{äqu}} - g = -\omega_E^2 r_E = -0,0337 \text{ m/s}^2$$

Der Faktor  $f$  zwischen diesen beiden Werten beträgt

$$f = g_{\text{äqu}} / g = \mathbf{0.9966} \quad (\text{Kehrwert} = 1,0034, \text{ Unterschied also } 3\text{‰})$$

**1 b) Bahnkurve**

b1) Die mittlere Kraft  $\vec{F}_m$  ist die Impulsänderung  $\Delta \vec{p}$  pro Zeitintervall  $\Delta t$   $\vec{F}_m = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

mit  $\Delta \vec{p} = m (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = m \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \frac{m}{s} - \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s} \right] = \begin{pmatrix} -15 \\ -20 \end{pmatrix} \frac{kg m}{s}$  und  $\Delta t = 2,5 \text{ s}$

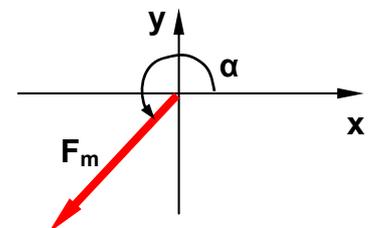
folgt  $\vec{F}_m = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix} N$

Der Betrag von  $F_m$  ist  $\vec{F}_m = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{36 + 64} \text{ N} = 10 \text{ N}$

Der Winkel  $\alpha$  zwischen  $F_m$  und der positiven x-Achse folgt aus

$$\tan \alpha = 8 / 6 = 1,33 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \mathbf{233,13^\circ}$$

(dies entspricht  $\mathbf{53,13^\circ}$  gegen die negative x-Achse)



b2) Die Geschwindigkeitsbeträge sind

$$|\vec{v}_0| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad |\vec{v}_1| = \sqrt{2^2 + 4^2} \text{ m/s} = 4,47 \text{ m/s}$$

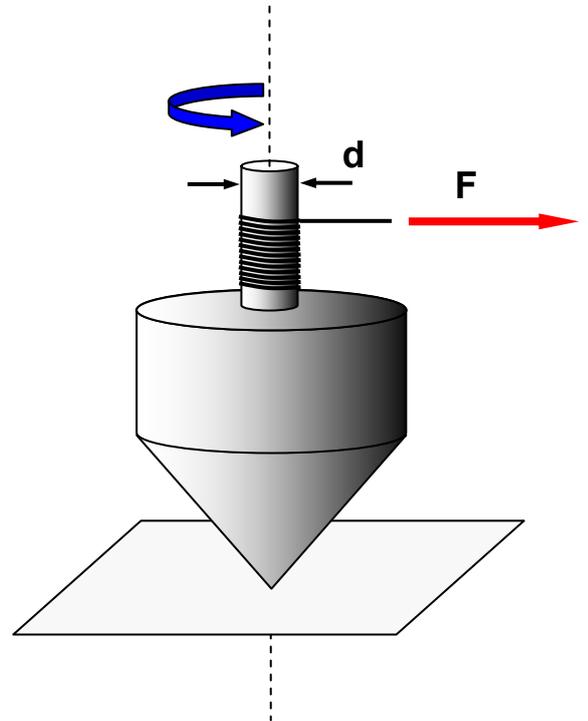
Der Körper wird offenbar abgebremst, also wirkt während des Zeitintervalls eine Kraft in Bahnrichtung des Objekts (sie ist entgegen der Bewegungsrichtung orientiert).

Wintersemester 2006/07	Blatt 2 (von 4)
Studiengang: BT(B)1 / CI(B)1	Semester 1
Prüfungsfach: Physik 1	Fachnummer: 1040 1041 (B)

### c) Kinderkreisel

Die Achse eines Kinderkreisels sei raumfest und reibungsfrei gelagert und habe einen Durchmesser von 0.6 cm. Der Kreisel werde durch gleichmäßiges Ziehen mit der konstanten Kraft  $F = 3 \text{ N}$  an einem um die Achse gewickelten Faden aus der Ruhelage in Rotation versetzt. Das Abwickeln des Fadens dauere 0.5 s, der Kreisel drehe sich dabei insgesamt 20 mal um sich selbst.

- c1) Bestimmen Sie die während des Abwickelns als konstant angenommene Winkelbeschleunigung des Kreisels
- c2) Welche Winkelgeschwindigkeit wird erreicht ?
- c3) Welches Drehmoment wirkt während des Abwickelvorgangs auf den Kreisel ?
- c4) Welche Arbeit wird am Kreisel verrichtet ?
- c5) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des Kreisels ?



**Lösungsvorschlag**

**Autor : H. Käß**

**1 c) Kinderkreisel**

c1) Es liegt eine Rotationsbewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung  $\alpha$  vor. Der Kreisel dreht sich insgesamt 20 mal um seine Achse, also um den Winkel

$$\varphi = 20 \cdot 2 \cdot \pi = 40 \pi$$

Aus  $\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2$  folgt  $\alpha = (2 \varphi) / t^2 = (80 \pi) / 0,25 \text{ s}^2 = \mathbf{1005,3 \text{ rad/s}^2}$

c2) Für die Winkelgeschwindigkeit gilt  $\omega = \alpha t$   $\omega = 1005,3 \cdot 0,5 \text{ rad/s} = \mathbf{502,6 \text{ rad/s}}$

c3) Das Drehmoment  $M$  ist gleich Kraft mal Hebelarm, also

$$M = 3 \text{ N} \cdot 0,3 \text{ cm} = \mathbf{9 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}$$

c4) Die Arbeit  $W$  ergibt sich aus dem Gesamtdrehwinkel  $\varphi$  und der Drehmoment  $M$  zu

$$W = M \cdot \varphi = 9 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \cdot 40 \pi = \mathbf{1,131 \text{ Nm}}$$

c5) Das Massenträgheitsmoment  $J$  ergibt sich aus dem Energiesatz :  $W = E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$

$$J = (2 \cdot W) / \omega^2 = \mathbf{0,895 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2}$$

*alternativ könnte man  $J$  auch über das Drehmoment  $M$  berechnen:*

*Aus dem Grundgesetz der Rotationsbewegung*

$$M = J \alpha$$

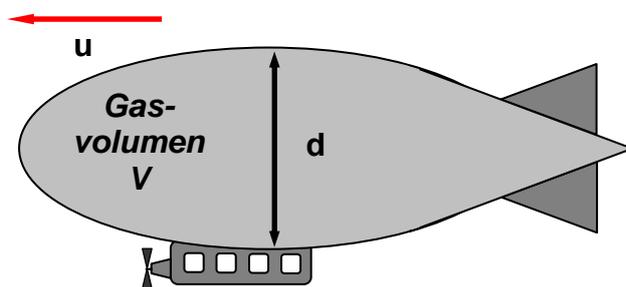
*folgt sofort*  $J = M / \alpha = 9 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} / 1005,3 \text{ rad/s}^2 = \mathbf{0,895 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2}$

Wintersemester 2006/07	Blatt 3 (von 4)
Studiengang: BT(B)1 / CI(B)1	Semester 1
Prüfungsfach: Physik 1	Fachnummer: 1040 1041 (B)

**Aufgabe 2: Luftschiff**

**(18 Punkte)**

Ein Prallluftschiff besteht im wesentlichen aus einer mit Helium gefüllten, gasdichten und tropfenförmigen Hülle. Daran hängt die Passagiergondel mit Motor und Antriebspropeller. Der Druck des Heliums in der Hülle sei gleich dem umgebenden Luftdruck.



Dichtewerte (für 20°C, 1 bar):

$\rho_L = 1,19 \text{ kg / m}^3$  Dichte von Luft

$\rho_{He} = 0,15 \text{ kg / m}^3$  Dichte von Helium

Luftschiff :

$c_w = 0,11$  Widerstandsbeiwert

$d = 12 \text{ m}$  Durchmesser (kreisförmig)

$m = 3,1 \text{ t}$  Gesamtmasse (Hülle mit Gondel)

- Welches Volumen  $V$  an Helium muß die Hülle des Luftschiffs enthalten, damit es bei einem Luftdruck von 1,000 bar gerade schwebt (Lufttemperatur 20°C)?
- Das Luftschiff steigt 200 m in die Höhe. Um welchen Wert nimmt der Luftdruck bei diesem Aufstieg ab, wenn die Temperatur dabei konstant bleibt ?

Das Luftschiff bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit  $u = 10 \text{ m/s}$  relativ zur umgebenden Luft. Sein Querschnitt ist eine Kreisfläche, der Einfluss von Gondel und Ruder ist im angegebenen  $c_w$  - Wert bereits berücksichtigt.

- Wie groß ist die Luftwiderstandskraft aufgrund der turbulenten Umströmung ? Welche mechanische Leistung ist zur Aufrechterhaltung der Bewegung notwendig ?

**a) Auftrieb**

Die Auftriebskraft  $F_A$  ist gleich der Masse des verdrängten Luftvolumens  $V$ . Sie muß der Gewichtskraft  $F_H$  der Luftschiffhülle und  $F_{He}$  des Heliums im Luftschiff das Gleichgewicht halten:

$$\begin{aligned} F_A = \rho_L \cdot V \cdot g &= F_H + F_{He} \\ &= m \cdot g + \rho_{He} \cdot V \cdot g \end{aligned}$$

also  $V = m / (\rho_L - \rho_{He}) = 3,1 \cdot 10^3 \text{ kg} / (1,19 \text{ kg/m}^3 - 0,15 \text{ kg/m}^3) = \mathbf{2980,8 \text{ m}^3}$

**b) Druckabnahme**

Es gilt die barometrische Höhenformel  $p(h) = p_0 \cdot \exp[-h \cdot (\rho_0 \cdot g / p_0)]$

Druck und Dichte der Luft in der Bezugshöhe  $h = 0 \text{ m}$  betragen  $p_0 = 1,000 \text{ bar}$  und  $\rho_{He} = 1,19 \text{ kg/m}^3$ , daraus ergibt sich der Druck in 200 m Höhe zu

$$\begin{aligned} p(200\text{m}) &= 1,000 \text{ bar} \cdot \exp[-200 \text{ m} \cdot (1,19 \cdot 9,81 / 10^5 \text{ m})] \\ &= 1,000 \text{ bar} \cdot \exp[-200 \text{ m} \cdot (1,1674 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m})] \\ &= 1,000 \text{ bar} \cdot \exp[-0,02335] = 0,9769 \text{ bar} \\ &= 97692 \text{ N/m}^2 = 97692 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Damit wird die Druckabnahme  $\Delta p$  bei Aufstieg um 200 m

$$\Delta p = p(200\text{m}) - p_0 = 97692 \text{ Pa} - 100000 \text{ Pa} = - \mathbf{2307,7 \text{ Pa}}$$

**c) Luftwiderstand**

Für den Luftwiderstand  $F_W$  gilt bei der hier anzunehmenden turbulenten Umströmung

$$F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot u^2 \cdot A \cdot c_W$$

$A$  ist die kreisförmige Querschnittsfläche des Luftschiffs, also

$$A = \pi \cdot (d/2)^2 = \pi \cdot 36 \text{ m}^2 = 113,1 \text{ m}^2$$

damit wird  $F_W = \frac{1}{2} \cdot 1,19 \text{ kg/m}^3 \cdot 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot 113,1 \text{ m}^2 \cdot 0,11 = \mathbf{740,2 \text{ N}}$

Um die Bewegung mit der konstanten Geschwindigkeit von 10 m/s aufrechtzuerhalten benötigt man die mechanische Leistung  $P_{\text{mech}}$

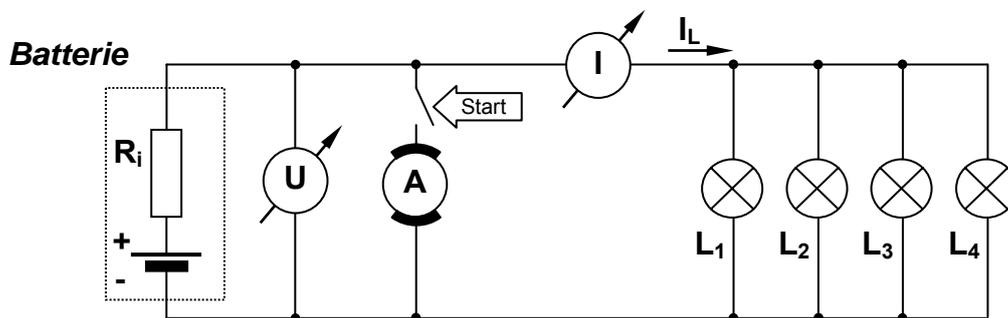
$$P_{\text{mech}} = F_W \cdot u = 740,2 \text{ N} \cdot 10 \text{ m/s} = \mathbf{7402 \text{ W} = 7,4 \text{ kW}}$$

Wintersemester 2006/07	Blatt 4 (von 4)
Studiengang: BT(B)1 / CI(B)1	Semester 1
Prüfungsfach: Physik 1	Fachnummer: 1040 1041 (B)

**Aufgabe 3: Bordnetz**

**(18 Punkte)**

An einem Auto wird das Standlicht eingeschaltet. Beim nachfolgenden Starten des Anlassers wird das Licht dunkler, bis der Motor anspringt. Der Vorgang wird mit zwei Messgeräten untersucht.



- Ohne Belastung der Batterie zeigt das Spannungsmessgerät (U) den Wert 12,1 V an, bei Standlicht sinkt dieser auf 12 V ab. Die Strommessung (I) ergibt einen Stromfluss von  $I_L = 1,5$  A durch die Lampen. Wie groß ist der Innenwiderstand  $R_i$  der Batterie ?
- Bei Standlicht brennen die vier Lampen  $L_1$  bis  $L_4$ . Sie sind für die Betriebsspannung 12 V ausgelegt.  $L_1$  und  $L_2$  haben jeweils eine Leistungsaufnahme von 5 W,  $L_3$  und  $L_4$  eine von je 4 W. Welchen Gesamtwiderstand haben die vier Lampen ?
- Bei Betätigung des Anlassers (A) sinkt  $I_L$  auf 1 A ab. Welche Spannung zeigt das Messgerät (U) nun an und welcher Strom fließt durch den Anlasser ?
- Welche elektrische Leistung nimmt der Anlasser auf ?

**a) Innenwiderstand der Batterie**

Durch den Stromfluss  $I$  sinkt die Klemmenspannung  $U$  der Batterie von  $U_0 = 12,1 \text{ V}$  um den Wert  $\Delta U$  auf  $U_{\text{stand}} = 12 \text{ V}$  ab, die Spannungsdifferenz  $\Delta U$  fällt am Innenwiderstand  $R_i$  ab. Es gilt

$$\Delta U = U_0 - U_{\text{stand}} = R_i \cdot I \quad \text{daraus} \quad R_i = \Delta U / I = 0,1 \text{ V} / 1,5 \text{ A} = \mathbf{0,066 \Omega}$$

**b) Widerstände der Lampen und Ersatzwiderstand**

Leistung  $P = U \cdot I$  und Widerstand  $R = U/I$  hängen zusammen. Mit  $I = U/R$  folgt  $P = U^2/R$  und damit

$$R = U^2/P$$

Die für eine Betriebsspannung von  $12 \text{ V}$  ausgelegten Lampen  $L_1$  und  $L_2$  der Leistung  $5 \text{ W}$  haben demnach den gleichen Widerstand

$$R_1 = R_2 = (12 \text{ V})^2 / 5 \text{ W} = 28,8 \Omega$$

Die Lampen  $L_3$  und  $L_4$  haben den gleichen Widerstand

$$R_3 = R_4 = (12 \text{ V})^2 / 4 \text{ W} = 36 \Omega$$

Der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}}$  dieser 4 parallel geschalteten Widerstände  $R_1$  bis  $R_4$  folgt aus

$$1/R_{\text{ges}} = \sum 1/R_i = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4 = 0,125 \text{ 1}/\Omega \quad \text{also} \quad R_{\text{ges}} = \mathbf{8 \Omega}$$

*Hinweis: Dies kann auch aus der Gesamtleistung berechnet werden, die von den Lampen aufgenommen wird. Diese ist  $P_{\text{ges}} = 18 \text{ W}$ , daher ist  $R_{\text{ges}} = (12 \text{ V})^2/18 \text{ W} = 8 \Omega$*

**c) Anlassen**

Während des Anlassens sinkt der Strom durch die Lampen auf  $I_L = 1 \text{ A}$  ab. Die Lampen haben zusammen den Ersatzwiderstand  $R_{\text{ges}} = 8 \Omega$ . Sowohl an den Lampen als auch am Anlasser liegt die gleiche Spannung  $U$  an. Sie hat den Wert :

$$U = R_{\text{ges}} \cdot I_L = 8 \Omega \cdot 1 \text{ A} = \mathbf{8 \text{ V}}$$

(das Strommessgerät sei ideal, sein Innenwiderstand kann daher vernachlässigt werden)

Dieser Wert wird von dem Spannungsmessgerät angezeigt und ist die aktuelle Klemmenspannung  $U_{\text{kl}}$  der Batterie. Durch den Anlasser fließt der Strom  $I_A$ , durch die Lampen der Strom  $I_L$ , insgesamt wird also von der Batterie der Strom  $I_{\text{ges}} = I_L + I_A$  geliefert.

Die Klemmenspannung ist  $U_{\text{kl}} = U_0 - R_i \cdot I_{\text{ges}}$

Somit beträgt der Gesamtstrom  $I_{\text{ges}} = (U_0 - U_{\text{kl}})/R_i = (12,1 \text{ V} - 8 \text{ V})/0,066 = 61,5 \text{ A}$

und der Strom durch den Anlasser  $I_A = I_{\text{ges}} - I_L = \mathbf{60,5 \text{ A}}$

**d) Anlasserleistung**

Spannung und Strom am Anlasser betragen  $U = 8 \text{ V}$  und  $I_A = 60,5 \text{ A}$ . Dies entspricht der elektrischen Leistung

$$P_A = U \cdot I_A = \mathbf{484 \text{ W} = 0,48 \text{ kW}}$$