FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

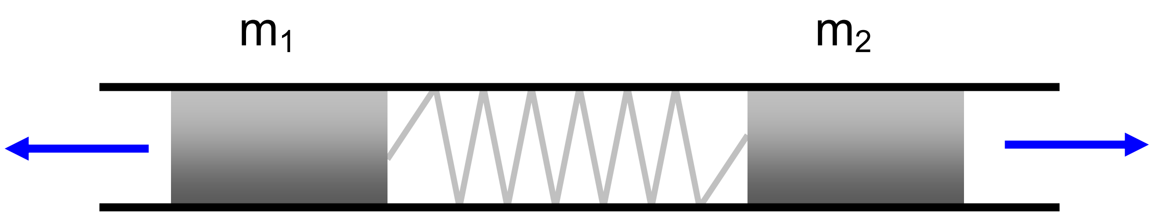
Sommersemester 2006		Blatt 1 (von 4)
Studiengang:	FA	Semester: FA2
Prüfungsfach:	Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 min.

Gesamtpunktzahl: 90
Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein separates Blatt!

<u>Aufgabe 1:</u> (16 Punkte)

Durch einen Defekt werden in einem Ventil zwei Körper mit $m_1 = 120$ g und $m_2 = 300$ g durch eine sich plötzlich entspannende Feder in entgegengesetzter Richtung aus ihrer Führung heraus geworfen. Die Feder gibt dabei eine Energie von E = 5 J ab.

Mit welchen Geschwindigkeiten (Betrag und Richtung) verlassen die beiden Körper die Führungen, wenn der Vorgang als reibungsfrei angenommen wird?



Lösungsvorschlag

Es gelten der Energie- und der Impulserhaltungssatz

Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_1 \cdot v_2^2 = E = 5J$$

Impulserhaltungssatz mit Gesamtimpuls vor dem Defekt $p_{Anfang} = 0$

$$0 = m_1 \cdot v_1 + m_1 \cdot v_2$$

Daraus erhält man $m_2 v_2 = -m_1 v_1$ und $v_2 = \frac{-m_1 v_1}{m_2}$

Durch Einsetzen in den Energieerhaltungssatz ergibt sich

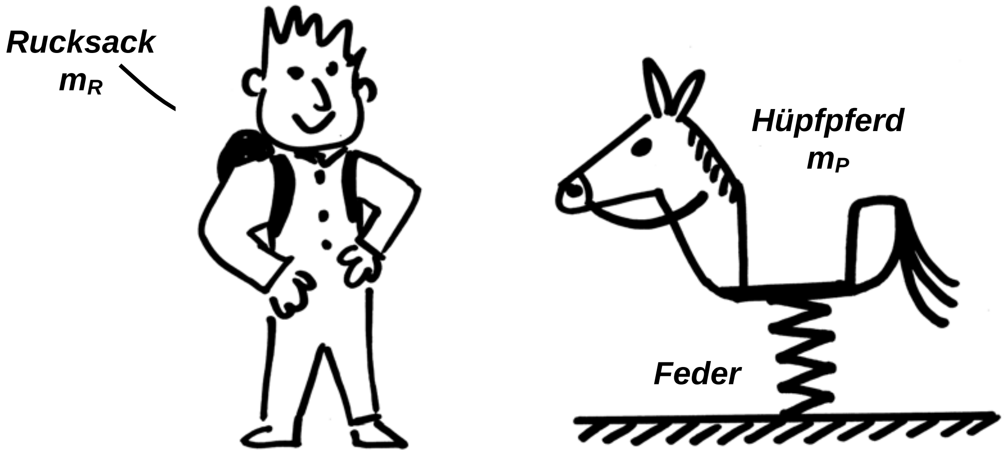
$\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2} = E$ und damit $v_1 = \sqrt{\frac{E}{\frac{m_1}{2} + \frac{m_1^2}{2m_2}}} = 7{,}72\frac{m}{s}$ und $v_2 = -3{,}09\frac{m}{s}$.

FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

Sommersemester 2006	Blatt 2 (von 4)
Studiengang: FA	Semester: FA2
Prüfungsfach: Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022

Aufgabe 2: **(26 Punkte)**

Ein Kind der Masse m_K = 25 kg trägt einen Rucksack der Masse m_R = 5 kg. Es sieht auf einem Spielplatz ein auf einer senkrechten Feder angebrachtes Hüpfpferd und sitzt auf. Das Pferd mit dem nun ruhig sitzenden Kind schwingt vertikal mit der Frequenz f_1 = 1,0 Hz Nach kurzer Zeit nimmt das Kind den Rucksack ab und wirft ihn auf den Boden. Daraufhin erhöht sich die Schwingungsfrequenz auf f_2 = 1,07 Hz.



Hinweise: Die Feder sei masselos. Die Teile c), d) sind unabhängig von a), b) lösbar !

a) Berechnen Sie die Federkonstante c der Anordnung.

b) Berechnen Sie die Masse m_P des Pferdes.

Nach einiger Zeit stößt sich das Kind einmal vom Boden ab. Die Schwingungsamplitude der Anordnung mit dem ohne Rucksack wieder ruhig sitzenden Kind nimmt danach innerhalb von 4 Perioden exponentiell auf 1/3 des Anfangwertes ab.

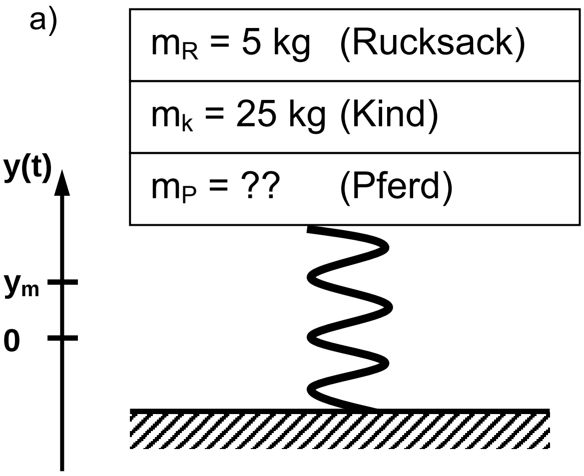
c) Berechnen Sie Abklingkonstante δ und Dämpfungsgrad D der gedämpften Schwingung.

Das Kind beginnt sich nun rhythmisch im Sattel auf und ab zu bewegen.

d) Berechnen Sie die zur Erzielung maximaler Amplitude erforderliche Erregungsfrequenz.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2 *Autor H Käß*

a)



Kreisfrequenz mit Rucksack
$\omega_1^2 = 4\,\pi^2\,f_1^2 = c\,/\,(\,m_R + m_K + m_P\,)$

Kreisfrequenz ohne Rucksack
$\omega_2^2 = 4\,\pi^2\,f_2^2 = c\,/\,(\,m_K + m_P\,)$

daraus folgt

(1) $m_R + m_K + m_P = c\,/\,(4\,\pi^2\,f_1^2)$

(2) $m_K + m_P = c\,/\,(4\,\pi^2\,f_2^2)$

also $m_R = (1\,/\,f_1^2 - 1\,/\,f_2^2\,)\,c\,/\,(4\,\pi^2)$

daher $c = 4\,\pi^2\,m_R\,/\,(1\,/\,f_1^2 - 1\,/\,f_2^2\,)$
$= 4\,\pi^2\,5\text{ kg}\,/\,(1/1^2 - 1/1{,}07^2\,)\text{s}^2$
$= 1559{,}66$ N/m = **1560 N/m**

(10 Punkte)

b) Masse des Pferdes aus (2) $m_P = c\,/\,(4\,\pi^2\,f_2^2) - m_K$
$= 1560\text{ N s}^2\,/\,(4\,\pi^2\,1{,}07^2\text{ m}) – 25\text{ kg}$ **= 9,507 kg**

(3 Punkte)

c) Amplitudenabnahme einer gedämpften Schwingung $x_m(t) = x_m(0)\,e^{-\delta t}$

Die Schwingungsdauer beträgt hier $T_2 = 1/f_2 = 0{,}9346$ s

Also $x_m(4\,T_2) = x_m(0)\,e^{-\delta\,4\,T2} = x_m(0)\,/\,3$
daraus $-\delta\,4\,T_2 = \ln\,(1/3) = -\ln 3$
und somit $\delta = \ln 3\,/\,(4\,T_2) =$ **0,2939 1/s**

Schwingungsfrequenz ω_0 des gleichen Systems ohne Dämpfung : $\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$\omega_0^2 = \omega_2^2 + \delta^2 = 4\,\pi^2\,f_2^2 + \delta^2 = 45{,}285\ 1/\text{s}^2$
$\omega_0 = 6{,}729$ rad/s

Dämpfungsgrad D $D = \delta\,/\,\omega_0 =$ **0,0437**

(8 Punkte)

d) Resonanzfrequenz $\omega_{res} = \omega_0\,\sqrt{1 – 2\,D^2}$
$= 6{,}729\text{ rad / s}\,\sqrt{1 – 2\;0{,}0437^2} = 6{,}7166$ rad / s

$f_{res} = \omega_{res}\,/\,(2\,\pi) =$ **1,06898 Hz**

(5 Punkte)

FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

Sommersemester 2006	Blatt 3 (von 4)
Studiengang: FA	Semester: FA2
Prüfungsfach: Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022

<u>Aufgabe 3:</u> (30 Punkte)

Ein Abschlaggerät, das aus einer an einem Ende A drehbar gelagerten dünnen Stange (Masse m_S = 8 kg, Länge b = 60 cm) besteht, trifft zentral auf einen am Ort x = 0 ruhenden Würfel (Masse m_W = 0,2 kg). Der Würfel kann als Punktmasse betrachtet werden. Die Stange wird mit einem Anfangswinkel von $\alpha = 10°$ aus der Ruhe los gelassen, ihre Bewegung erfolge reibungsfrei (siehe Skizze).

a) Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment der Stange um die Drehachse durch A.

b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit der Stange, wenn sie die senkrechte Lage erreicht.

c) Mit welchem Erhaltungssatz berechnen Sie den Abschuss des Würfels durch die Stange, der im tiefsten Punkt der Drehbewegung der Stange erfolgt? (Begründung).

d) Direkt nach dem Schlag bewegt sich die Stange mit der Winkelgeschwindigkeit ω_E = 0,1 rad/s wieder zurück. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Würfels direkt nach dem Schlag?

Annahme: Die Kontaktzeit des Schlages ist so kurz, dass sich der Würfel in dieser Zeitspanne noch nicht bewegt hat.

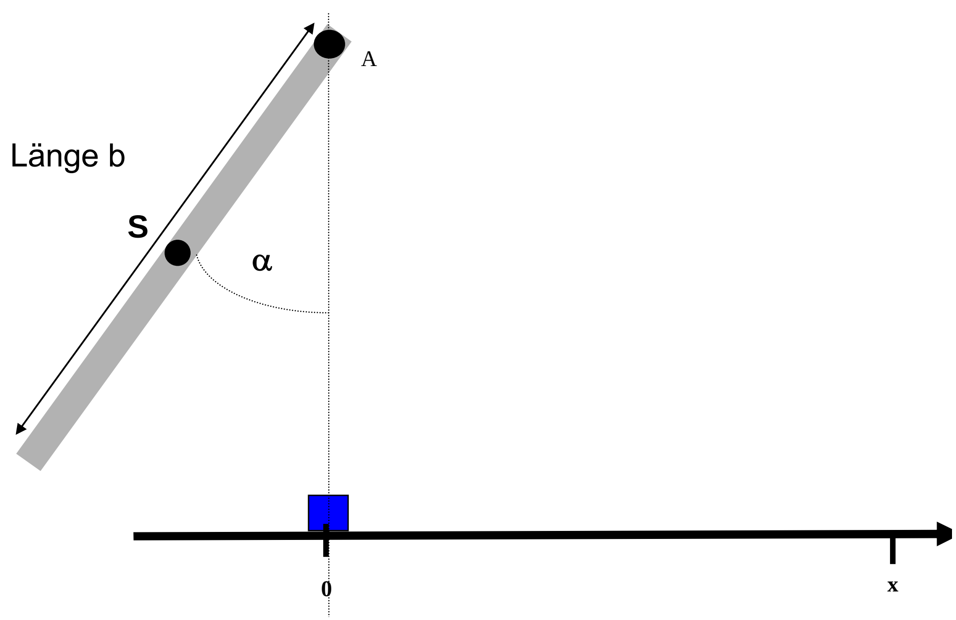
Nehmen Sie an, der Würfel rutsche nach dem Stoß **reibungsfrei** über die Unterlage. Wie groß ist sein Drehimpuls in Bezug auf die Drehachse durch A …

e) … wenn er am Ort x = 0 startet

f) … wenn er die Strecke x = b zurückgelegt hat?

Nehmen Sie alternativ an, der Würfel habe einen **Reibungskoeffizienten von μ=0.3** auf der Unterlage.

g) Wie weit rutscht er vom Ort x = 0 noch bis zum Stillstand?



Lösungsvorschlag:

a)Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment der Stange um die Drehachse in A.

Das Massenträgheitsmoment einer dünnen Stange um ihren Schwerpunkt wird berechnet als $J_S = \frac{1}{12} mb^2$. Mit dem Steineranteil $J_{Steiner} = m \cdot (\frac{b}{2})^2$ bei Rotation um das Stangenende erhält man insgesamt $J_{ges} = 0{,}96\ kgm^2$.

b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Abschlaggerätes, wenn es die senkrechte Lage erreicht.

Es gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik $E_{Rot} = E_{pot}$, also

$\frac{1}{2} J\omega_A^2 = mgh_S$, mit $h_S = \frac{b}{2}(1-\cos\alpha)$ als Höhenänderung des Stabschwerpunktes wird

$$\omega_A = \sqrt{\frac{2mg\,h_S}{J}} = \sqrt{\frac{2 \cdot mg \cdot \frac{b}{2}(1-\cos\alpha)}{J}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{0{,}6m}{2}(1-\cos 10°)}{0{,}96\,kgm^2}} = 0{,}863\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

c) DIES: kein äußeres Drehmoment

d) Nach dem Schlag bewegt sich die Stange mit einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega_E = 0{,}1\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *zurück. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Würfels direkt nach dem Schlag?*

Der Drehimpulserhaltungssatz lautet für das System aus Stange und Würfel

$$L_{Stange,A} = L_{Stange,E} + L_{Würfel}$$

$J_{ges}\,\omega_A = J_{ges}\,\omega_E + m_W v_W b$ und damit aufgelöst nach v_W

$$v_W = \frac{J_{ges}\,\omega_A - J_{ges}\,\omega_E}{m_W b} = \frac{J_{ges}(\omega_A - \omega_E)}{m_W b} = \frac{0{,}96kgm^2(0{,}863\frac{rad}{s} - (-0{,}1\frac{rad}{s}))}{0{,}2kg \cdot 0{,}6m} = 7{,}706\frac{m}{s}.$$

e) Wie groß ist sein Drehimpuls in Bezug auf die Drehachse in A, wenn er bei x=0 startet?

Der Drehimpuls des Würfels beträgt am Ort x = 0

$$L_W = m_W \cdot v_W \cdot b \cdot \sin 90° = 0{,}2kg \cdot 7{,}706\frac{m}{s} \cdot 0{,}6m \cdot 1 = 0{,}925\frac{kgm^2}{s}$$

Der Wert des Drehimpulses **ändert sich ohne Reibung nicht**, da kein äußeres Drehmoment wirkt und hat daher überall und

f) auch am Ort x=b denselben Wert!

g) *Nehmen Sie nun an, der Würfel hat* ***einen Reibungskoeffizienten von*** $\boldsymbol{\mu}$***=0.3*** *auf der Unterlage. Wie weit rutscht er vorm Ort „0" noch bis zum Stillstand?*

Die gesamte kinetische Energie wird in Reibungsarbeit verwandelt $E_{kin} = E_{Reib}$ und damit

$\frac{1}{2} m_W \cdot v_W^2 = m_W \cdot g \cdot \mu \cdot x$, aufgelöst nach x erhält man

$$x = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_W^2}{g \cdot \mu} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (7{,}02\frac{m}{s})^2}{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}3} = 10{,}09\,m.$$

FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

Sommersemester	2006	Blatt 4 (von 4)
Studiengang:	FA	Semester: FA2
Prüfungsfach:	Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022

<u>Aufgabe 4:</u> **(18 Punkte)**

Eine beidseitig eingespannte Saite der Länge 3 m schwingt in der dritten Harmonischen (die auch als zweite Oberschwingung bezeichnet wird). Die maximale Auslenkung, die entlang der Saite beobachtet wird, beträgt 4 mm. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von transversalen Wellen auf der Saite beträgt 50 m/s.

a) Fertigen Sie eine Skizze der schwingenden Saite an.
b) Welche Wellenlänge und welche Frequenz hat diese Welle?
c) Geben Sie die Wellenfunktion der Welle an.

Lösungsvorschlag:

a) Skizze siehe Lehrbücher ...

b) Für die Länge l einer beidseitig eingespannten Saite gilt mit den möglichen Wellenlängen λ_n der stehenden Wellen:

$$\ell = n\frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 1,2,3...$$

Für n=3 erhalten wir daraus die Wellenlänge $\lambda_3 = \frac{2}{3}\ell = \frac{2}{3}\cdot 3\,\text{m} = 2\,\text{m}$ und für die Frequenz ergibt sich $f_3 = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{50\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\,\text{m}} = 25\ \text{Hz}$.

c) Die Wellenfunktion einer stehenden Welle auf einer beidseitig eingespannten Saite lautet allgemein $y_n(x,t) = A_n \sin k_n x \cos \omega_n t$.

Mit n=3 erhalten wir

$$k_3 = \frac{2\pi}{\lambda_3} = \frac{2\pi}{2\,\text{m}} = \pi\cdot\text{m}^{-1}, \qquad \omega_3 = 2\pi\cdot f_3 = 2\pi\cdot 25\frac{1}{\text{s}} = 50\,\pi\,\text{s}^{-1}$$

Mit der gegebenen Amplitude von A = 4 mm lautet die gesuchte Wellenfunktion

$$y_3(x,t) = 0{,}004\,m \sin(\pi\, m^{-1}\cdot x)\cdot\cos(50\,\pi\, s^{-1}\cdot t)\,.$$

Da keine Anfangsbedingungen spezifiziert wurden, gilt auch die äquivalente Lösung

$y_3(x,t) = 0{,}004\ \text{m} \sin(\pi x / \text{m}) \sin(50\pi t / \text{s})$