FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

Sommersemester	2005	Zahl der Blätter: 5 Blatt 1
Studiengang:	FZ	Semester FA2
Prüfungsfach:	Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 min.

Gesamtpunktzahl: 60

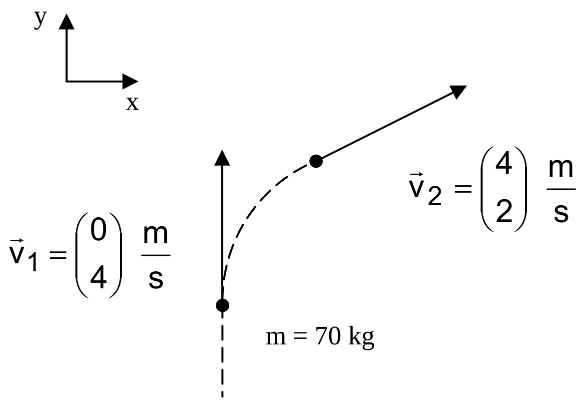
<u>Aufgabe 1:</u> (15 Punkte) ***(Autor : Prof. Hanak)***

Diese Aufgabe besteht aus drei unabhängig voneinander lösbaren Teilaufgaben a) – c)

Teilaufgabe a)

In einer Achterbahn erfährt eine Person mit der Masse m = 70 kg innerhalb von $\Delta t = 0.5$ s die in der Skizze angedeutete Richtungsänderung.

Berechnen Sie den Betrag und die Richtung der mittleren Kraft auf die Person für dieses Zeitintervall.

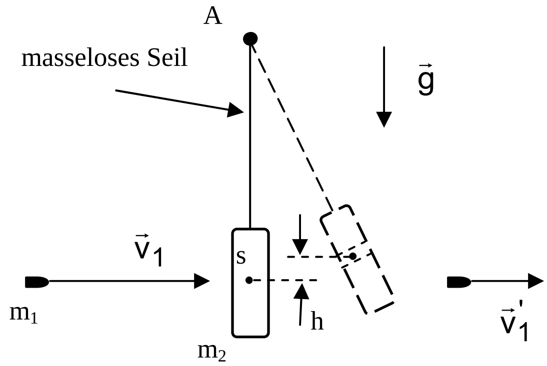


Teilaufgabe b)

Ein Geschoss mit der Masse m_1 = 37 g trifft horizontal mit der Geschwindigkeit v_1 = 75 m/s auf einen Sandsack (m_2 = 10 kg), der als Pendel im Punkt A reibungsfrei drehbar aufgehängt ist. Die Kugel durchlägt den Sandsack und fliegt mit der Geschwindigkeit v_1' = 20 m/s weiter (s. Skizze).

Um welche Höhe h wird der Schwerpunkt des Sandsacks nach dem Stoß angehoben?

<u>Annahme</u>: Die Bewegung des Pendels während der Wechselwirkung mit dem Geschoss soll vernachlässigt werden.

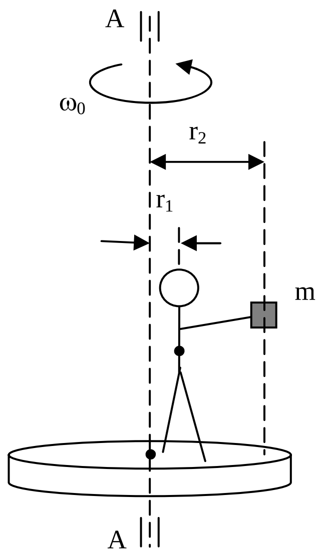


Teilaufgabe c)

Eine Person steht auf einem sich drehenden Karussell und hält mit ausgestreckten Armen ein Gewicht mit $m = 8$ kg (Die Massenträgheitsmomente der Person und des Karussells bezüglich der Drehachse A-A sind $J_P = 4{,}8$ kg m^2, bzw. $J_K = 12$ kg m^2). Das Gesamtsystem dreht sich am Anfang reibungsfrei mit 1,2 Umdrehungen pro Sekunde. Nun zieht die Person die Arme so an, dass sich der Drehradius der Masse m von $r_2 = 1{,}1$ m auf $r_1 = 0{,}2$ m reduziert.

Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_E des Systems am Ende.

Annahme: Die Bewegung der Armmasse soll vernachlässigt werden.

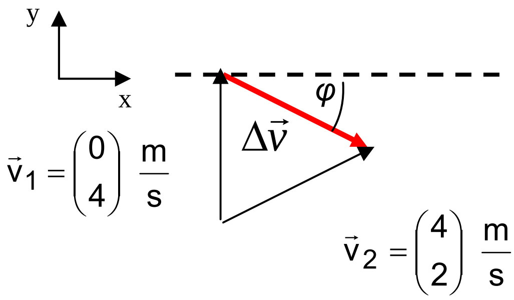


Lösungsvorschlag „Kurzaufgaben“ ***(Autor : Profs Hanak / Käß)***

a) Achterbahn (5 Punkte)

Die mittlere Kraft ergibt sich aus der Impulsänderung (vgl. Kraftstoß)

$\vec{F}_m = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ wobei $\Delta\vec{p} = m\,\Delta\vec{v}$



Die Geschwindigkeitsänderung beträgt $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}\dfrac{m}{s} - \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}\dfrac{m}{s} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}\dfrac{m}{s}$

Die Impulsänderung ergibt sich zu $\Delta\vec{p} = m\,\Delta\vec{v} = 70\,kg \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}\dfrac{m}{s} = \begin{bmatrix} 280 \\ -140 \end{bmatrix}\dfrac{kg\,m}{s}$

Die mittlere Kraft wird damit $\vec{F}_m = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dfrac{1}{0{,}5\,s}\begin{bmatrix} 280 \\ -140 \end{bmatrix}\dfrac{kg\,m}{s} = \begin{bmatrix} 560 \\ -280 \end{bmatrix} N$

Daraus folgt der Betrag von F_m aus $F_m = \lfloor \vec{F}_m \rfloor = \sqrt{560^2 + 280^2}\;N$ **= 626,1 N**

und der Winkel φ des Kraftvektors zur x-Achse aus $\tan\varphi = \dfrac{-280}{560} = -0{,}5$

demnach ist also **φ = -26,6°**

b) Sandsack (5 Punkte)

Der Vorgang ist ein **teilelastischer Stoß**. Impulsänderung Δp_1 des Geschosses:

$\Delta p_1 = p_{nach} - p_{vor} = m_1 v_1' - m_1 v_1 = 0{,}037$ kg (20 – 75) m/s = -2,035 kgm/s

Dieser Impuls wird auf den Sack übertragen, der vor dem Stoß in Ruhe war ($v_2 = 0$). Seine Geschwindigkeit v_2' nach dem Stoß folgt aus :

$\Delta p_2 = -\Delta p_1 = m_2 v_2'$ damit wird $v_2' = -\Delta p_1 / m_2 = 0{,}2035$ m/s

Für die Weiterbewegung des Sacks gilt der Energieerhaltungssatz. Seine kinetische Energie E_{kin} nach dem Durchschuss wird in Lageenergie E_{pot} verwandelt:

$E_{kin} = ½\, m_2 (v_2')^2 = m_2\, g\, h = E_{pot}$

daraus $h = (v_2')^2 / (2\,g) = (0{,}2035\text{ m/s})^2/(2 \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2) = 0{,}0021$ m = **2,1 mm**

c) Karussell **(5 Punkte)**

Das gesamte Massenträgheitsmoment setzt sich aus drei Anteilen zusammen:

$J_{ges} = J_{Karussell} + J_{Person} + J_{Masse}$

Davon bleiben $J_{Karussell}$ und J_{Person} während des Vorgangs konstant, durch das Anziehen der Arme ändert sich dagegen J_{Masse}

Vorher : J_{ges} (vor) $= 12\ kgm^2 + 4{,}8\ kgm^2 + m\ r_2^2$

$= 12\ kgm^2 + 4{,}8\ kgm^2 + 8\ kg \cdot 1{,}1^2\ m^2$

$= 26{,}48\ kgm^2$

Nachher : J_{ges}(nach) $= 12\ kgm^2 + 4{,}8\ kgm^2 + m\ r_1^2$

$= 16{,}8\ kgm^2 + 8\ kg \cdot 0{,}2^2\ m^2$

$= 17{,}12\ kgm^2$

Die Winkelgeschwindigkeit ω_0 vor Anziehen der Arme beträgt :

$$\omega_0 = 2\ \pi\ n_0 = 2\ \pi\ 1{,}2\ 1/s = 7{,}54\ rad/s$$

Während des gesamten Vorgangs gilt der Drehimpulserhaltungssatz, also

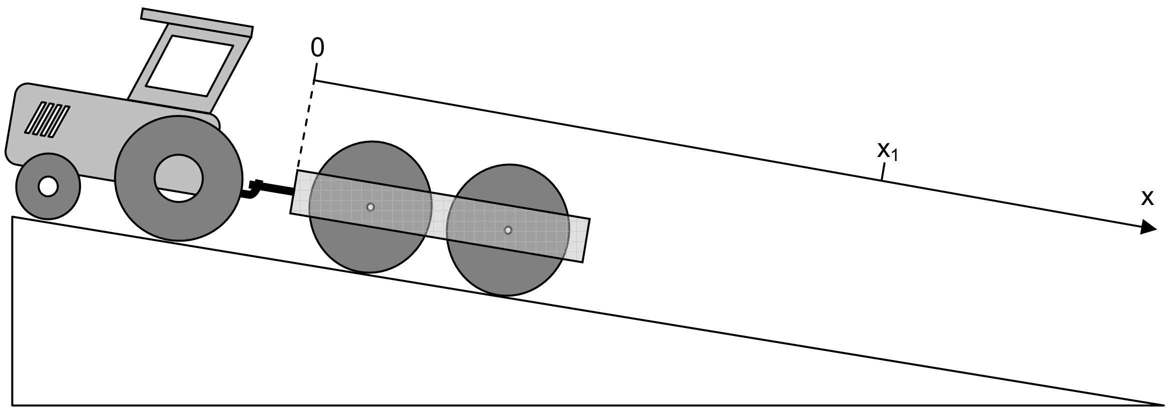
$$L = const = J_{ges}\ (vor)\ \omega_0 = J_{ges}(nach)\ \omega_E$$

daraus $\omega_E = \omega_0\ J_{ges}\ (vor) / J_{ges}(nach) = 1{,}55\ \omega_0 =$ **11,66 rad /s**

Sommersemester 2005	Blatt 3 (von 5)
Studiengang: FZ	Semester FA2
Prüfungsfach: Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022

Aufgabe 2: (16 Punkte) ***(Autor : Prof. Käß)***

Eine Zugmaschine mit angekuppelter Straßenwalze, bestehend aus zwei Walzen gleichen Durchmessers und einem Chassis (Daten siehe unten), steht auf einer Gefällstrecke von 15 % Neigung. Der Fahrer öffnet versehentlich die Anhängerkupplung, ohne die Feststellbremse der Straßenwalze vorher zu betätigen. Diese beginnt daraufhin den Hang hinab zu rollen.



a) Welche Höhe verliert die Straßenwalze auf einer Wegstrecke von 2 m ?

b) Welche Translationsgeschwindigkeit v_0 hat die Straßenwalze nach 2 m Wegstrecke ?

c) Mit welcher konstanten Translationsbeschleunigung bewegt sich die Straßenwalze ?

d) Nach einer Zeit von t_R = 2 s bemerkt dies der Fahrer und läuft mit einer Geschwindigkeit von v_F = 5 m/s der Straßenwalze hinterher. Nach welcher Strecke x_1 hat er sie eingeholt ?

Technische Daten :	gesamte Masse m_{ges} der Straßenwalze		6,0 t
	wobei:	Masse m_w der Einzelwalzen jeweils	2,5 t
		Masse m_{ch} Chassis	1,0 t
	Durchmesser d der Einzelwalzen		1,3 m

<u>Hinweis</u>: Nehmen Sie an, die Einzelwalzen seien Vollzylinder homogener Dichte !

Lösungsvorschlag „Straßenwalze“ ***(Autor : Prof. Käß)***

a) 15% Neigung entsprechen einem Neigungswinkel $\beta = 8{,}53°$ (aus $\tan \beta = 0.15$)

Die Wegstrecke s = 2 m den Hang hinab entspricht einem Höhenverlust h_0 von

$$h_0 = s \sin \beta = 0{,}297 \text{ m}$$

(2 Punkte)

b) E_{kin} sei die kinetische Energie der Translation der Straßenwalze als Ganzes. E_{rot} sei die Rotationsenergie der beiden Walzen mit Massenträgheitsmoment $J_w = ½ m_w r^2$

Der Energieerhaltungssatz ergibt :

$$\begin{aligned} E(x{=}0) &= E\,(x{=}2m) \\ E_{lage} &= E_{kin} + E_{rot} \\ m_{ges}\, g\, h_0 &= ½\, m_{ges}\, v_0^2 + 2\,(½\, J_w\, \omega_0^2) \\ &= ½\, m_{ges}\, v_0^2 + J_w\, \omega_0^2 \\ &= ½\, m_{ges}\, v_0^2 + ½\, m_w r^2\, \omega_0^2 \end{aligned}$$

Translationsgeschwindigkeit der Straßenwalze v_0 und Winkelgeschwindigkeit ω_0 der Rotation der Einzelwalzen mit Radius r = d/2 hängen zusammen: $v_0 = r\, \omega_0$

Eingesetzt folgt $m_{ges}\, g\, h_0 = ½\, v_0^2\, (m_{ges} + m_w)$

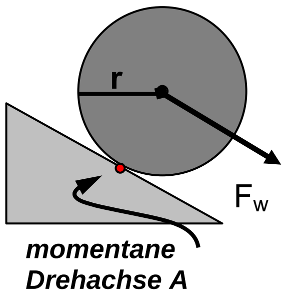
daraus wird $v_0^2 = 2\, m_{ges}\, g\, h_0 \,/\, (m_{ges} + m_w)$

Geschwindigkeit nach 2 m Weg $\mathbf{v_0 = 2{,}028\ m/s}$

(6 Punkte)

c) ***<u>1. Variante</u> :*** *Berechnung der Beschleunigung a aus Kräften und Drehmomenten*

Zusammenhang lineare Beschl. a - Winkelbeschleunigung α der Walzen: $a = r\,\alpha$



Drehmoment auf eine der beiden Einzelwalzen :

$$\begin{aligned} M = F_w\, r &= J_A\, \alpha \\ &= (J_w + m_w r^2)\, \alpha \qquad \textit{(Steinersatz)} \end{aligned}$$

Die Kraft F_w wird vom Hangabtrieb aufgebracht

$$\begin{aligned} F_w &= \alpha\,(J_w + m_w r^2) / r \\ &= a\,(J_w + m_w r^2) / r^2 \end{aligned}$$

Ein weiterer Anteil der Hangabtriebskraft bewirkt die lineare Beschleunigung des Chassis mit der Masse m_{ch} Anschaulich gesprochen muß die Hangabtriebskraft F_H beide Walzen in Rotation versetzen und zudem noch das Chassis beschleunigen.

Damit gilt insgesamt :

$$\begin{aligned} F_H &= 2\, F_w + a\, m_{ch} \\ &= 2\, a\,(J_w + m_w r^2) / r^2 + a\, m_{ch} \\ &= a\,(\,3\, m_w + m_{ch}\,) \end{aligned}$$

Die Hangabtriebskraft beträgt : $F_H = m_{ges}\, g \sin \beta = 8731{,}3\ \text{N}$

Daraus folgt : $a = 8731{,}3\ \text{N} / 8500\ \text{kg} = \mathbf{1{,}027\ m/s^2}$

2. Variante : *Direkte Berechnung mit Weg-Zeit / Geschwindigkeits-Zeit Gesetzen*
Die Straßenwalze führt eine konstant beschleunigte Bewegung durch. Damit gilt:

$v_0 = a\,t$ $\quad (\rightarrow t = v_0 / a\,)$
$s = \frac{1}{2}\, a\, t^2$

Also $\quad s = \frac{1}{2}\, a\, (v_0/a)^2 \qquad$ damit $a = v_0^2 / (2s) = (2{,}028\ \mathrm{m/s})^2 / (2\ 2\ \mathrm{m}) = \mathbf{1{,}027\ m/s^2}$

(3 Punkte)

d) Während der Reaktionszeit t_R steht der Fahrer, die Straßenwalze fährt bereits los ...

Weg-Zeit-Gesetz mit Geschwindigkeit v_F laufender Fahrer : $s_F(t) = v_F\, t$
Weg-Zeit-Gesetz Straßenwalze (beschl. Bewegung) $\quad s_w(t) = \frac{1}{2}\, a\, (t + t_R)^2$

Die Zeit t_1 des Erreichens der Walze folgt aus : $\quad s_F(t) = s_w(t) \quad (= x_1)$
Dies ergibt die quadratische Gleichung $\quad t^2 + t\,(2\, t_R - 2\, v_F/a) + t_R^2 = 0$
Mit $t_R = 2$ s und $v_F = 5$ m/s folgt daraus $\quad t^2 - t\ 5{,}735\ \mathrm{s} + 4\ \mathrm{s}^2 = 0$
Lösungen : $t_{1a} = 0{,}813$ s (sinnvolle Lösung, der Fahrer holt die Walze ein)
$t_{1b} = 4{,}922$ s (schneller werdende Walze holt den Fahrer ein)

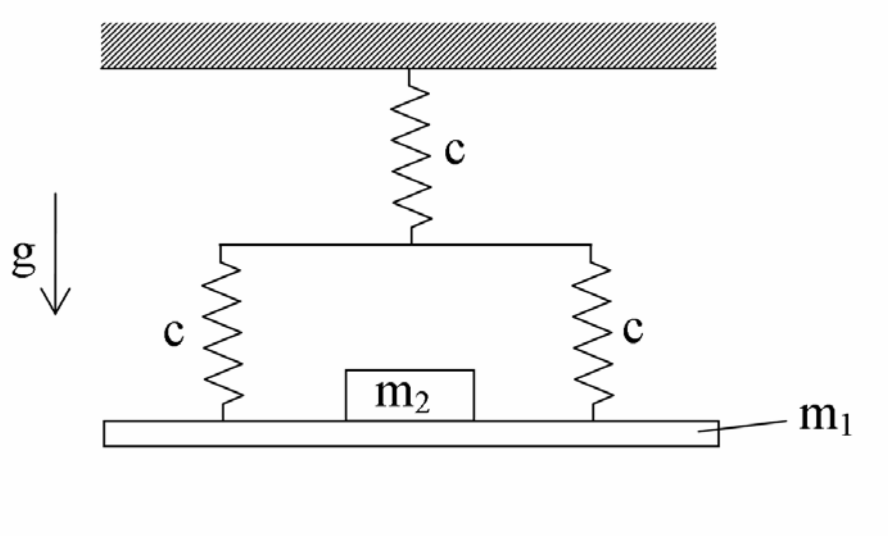
Die Wegstrecke beim Einholen der Walze ist also $\quad \mathbf{s_F(0{,}813\ s) = 4{,}063\ m}$

(5 Punkte)

Sommersemester 2005		Blatt 4 (von 5)
Studiengang:	FZ	Semester FA2
Prüfungsfach:	Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022

<u>Aufgabe 3:</u> (15 Punkte) ***(Autor : Prof. Prillinger)***

Ein Balken mit der Masse m_1=1,2 kg ist mit 3 gleichen Schraubenfedern (C_1=C_2=C_3=C, Federmassen vernachlässigbar) an einer Decke aufgehängt (siehe Skizze). In der Mitte des Balkens wird ein Körper mit der Masse m_2=3,0 kg aufgelegt, dabei senkt sich der Balken um 5 cm.



a) Berechnen Sie die Federkonstante C einer Feder.

b) Mit welcher Schwingungsdauer $T_{0,1}$ schwingt der belastete Balken?

c) Wie groß ist die Schwingungsdauer $T_{0,2}$ des Balkens ohne die Zusatzmasse?

Eine genaue Messung der Schwingungsfrequenz des **belasteten** Balkens zeigt, dass die Schwingung gedämpft ist, wobei die gedämpfte Frequenz $f_{d,1}$ um 1 Prozent niedriger ist als die ungedämpfte $f_{0,1}$.

d) Berechnen Sie die Abklingkonstante δ und den Dämpfungsgrad D.

e) Die gedämpfte schwingungsfähige Anordnung wird nun um y_0 ausgelenkt und losgelassen. Auf welchen Prozentsatz reduziert sich die Schwingungsenergie innerhalb von 5 Schwingungsperioden?

Lösungsvorschlag „Federsystem“ ***(Autor : Profs Prillinger / Käß)***

a) Für die resultierende Federkonstante c_{res} gilt

$$\frac{1}{c_{res}} = \frac{1}{c} + \frac{1}{2c} \qquad \text{und daraus} \qquad c_{res} = \frac{2}{3}c$$

Der Balken senkt sich um Δx = 0,05 m. Nach dem Hookeschen Gesetz gilt für die Federkraft F : $F = c_{res}\,\Delta x = m_2\,g$

daraus folgt $c_{res} = m_2\,g / \Delta x = (3\text{ kg } 9{,}81\text{ m/s}^2) / 0{,}05\text{ m} = 588{,}6\text{ N/m}$

c beträgt damit $c = 1{,}5\,c_{res}$ = **882,9 N/m** für eine Einzelfeder

(5 Punkte)

b) Für harmonische Schwingungen eines Feder-Masse-Systems gilt :

$$\omega_{0,1} = \sqrt{\frac{c_{res}}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{588{,}6N}{4{,}2\,kgm}} = 11{,}84\frac{rad}{s} = \frac{2\pi}{T_{0,1}}$$

damit $T_{0,1}$ = **0,531 s**

(2 Punkte)

c) Die Schwingungsdauer $T_{0,2}$ des Balkens ohne Zusatzmasse m_2 beträgt analog

$$\omega_{0,2} = \sqrt{\frac{c_{res}}{m_1}} = \sqrt{\frac{588{,}6N}{1{,}2\,kgm}} = 22{,}15\frac{rad}{s} = \frac{2\pi}{T_{0,2}}$$

damit $T_{0,2}$ = **0,284 s**

(1 Punkt)

d) Der belastete Balken führt eine gedämpfte Schwingung durch, deren Frequenz $f_{d,1}$ um 1% niedriger ist als die Frequenz $f_{0,1}$ der ungedämpften Schwingung

Also : $f_{d,1} = 0{,}99\,f_{0,1}$ beziehungsweise $\omega_{d,1} = 0{,}99\,\omega_{0,1}$

Daraus ergibt sich $\omega_{d,1} = 11{,}720$ rad/s

Zusammenhang Abklingkonstante δ und Kreisfrequenz : $\omega_{d,1} = \sqrt{(\omega_{0,1})^2 - \delta^2}$

daraus folgt $\delta^2 = (\omega_{0,1})^2 - (\omega_{d,1})^2$

und damit beträgt die Abklingkonstante **δ = 1,670 1/s**

Der Dämpfungsgrad folgt aus δ zu $D = \delta / \omega_{0,1}$ = **0,141**

(4 Punkte)

e) Für die Abnahme der Schwingungsenergie gilt :

$$E_{ges}(t) = E_{ges}(0)\,e^{-2\delta t}$$

5 Schwingungsperioden dauern $t_5 = 5\,T_{d,1} = 5 \cdot 2\,\pi / \omega_{d,1} = 2{,}681$ s

Damit wird die relative Abnahme $E_{ges}(t_5) / E_{ges}(0)$ = exp(-2·1,670·2,681)

$= e^{-8{,}953}$

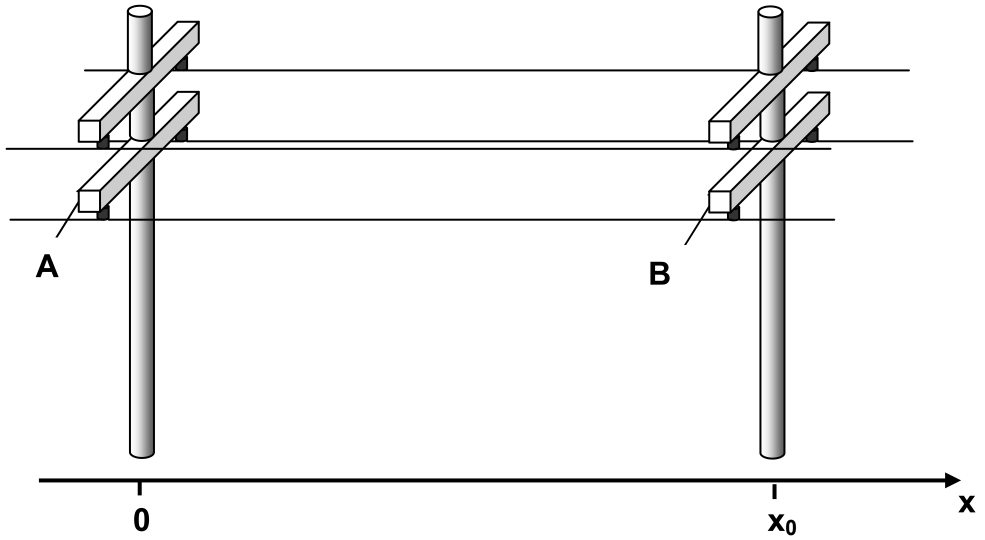
$= 1{,}2934 \cdot 10^{-4}$

dies ergibt in Prozent ausgedrückt : $E_{ges}(t_5) / E_{ges}(0)$ **= 0,013 %**

(3 Punkte)

Aufgabe 4: **(14 Punkte)** ***(Autor : Prof. Käß)***

Die Masten einer Stromleitung stehen x_0 = 70 m voneinander entfernt. Die dazwischen gespannten Drähte haben einen Durchmesser d = 0,8 cm und bestehen aus Kupfer der Dichte ρ_{Cu} = 8.96 g/cm^3. Die Spannkraft in Drahtrichtung beträgt jeweils F_{zug} = 6000 N.



Zwei Monteure arbeiten auf benachbarten Masten. Der eine schlägt am Befestigungspunkt A mit dem Hammer auf einen Draht. Dabei entsteht ein über den Draht laufender transversaler Puls sowie ein sich durch die Luft ausbreitendes Geräusch.

a) Nach welcher Zeit erreicht das Geräusch den Befestigungspunkt B, wo der Kollege arbeitet (Schallgeschwindigkeit in Luft: c = 340 m/s) ?

b) Nach welcher Zeit erreicht der über den Draht laufende Puls den Befestigungspunkt B ?

Ein kräftiger Wind kommt auf und regt stehende Querwellen auf den Drähten an.

c) Skizzieren Sie für einen Draht die sich darauf ausbildende Grundschwingung sowie die erste Oberschwingung. Berechnen Sie die zugehörigen Frequenzen f_0 und f_1.

d) Berechnen sie Kreisfrequenz ω_0 und Wellenzahl k_0 der Grundschwingung.

e) Die Grundschwingung hat ihre Maximalauslenkung in der Mitte zwischen den Masten. Sie beträgt y_m = 10 cm. Wie lautet die Funktion $y_0(x,t)$ für diese stehende Welle ?

f) Kupfer dehnt sich mit zunehmender Temperatur aus. Die oben genannte Spannkraft von F = 6000 N liegt bei sommerlichen Temperaturen vor. Wie verändern sich Frequenz und Wellenlänge der Grundschwingung im Winter (qualitative Antwort) ?

Lösungsvorschlag Stromleitung ***(Autor : Prof. Käß)***

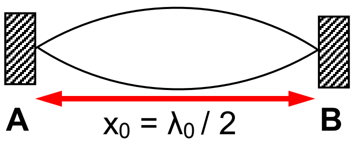
a) Schallgeschwindigkeit in Luft c_{luft} = 340 m/s, Laufstrecke x_0 = 70 m
Daraus folgt die Laufzeit t_{luft} des Geräusches in Luft zu $t_{luft} = x_0 / c_{luft}$ = **0,21 s**

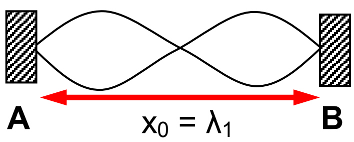
(1 Punkt)

b) Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{draht} in Kupfer (Seilwelle) $c_{draht} = \sqrt{F_{zug} / (A\ \rho_{Cu})}$
Mit Zugkraft F_{zug} = 6000 N und Drahtquerschnitt $A = \pi\ (d/2)^2 = 50{,}26\ mm^2$
ergibt sich c_{draht} = 115,42 m/s
Daraus folgt die Laufzeit t_{draht} des Pulses zu $t_{draht} = x_0 / c_{draht}$ = **0,61 s**

(4 Punkte)

c) Skizzen der stehenden Querwellen (Transversalwellen) ...





<u>Grundschwingung</u> :
$f_0 = c_{draht} / \lambda_0 = c_{draht} / (2\ x_0)$ = **0,824 Hz**

<u>1. Oberschwingung</u> :
$f_1 = c_{draht} / \lambda_1 = c_{draht} / x_0$ = **1,649 Hz**

(3 Punkte)

d) Grundschwingung: Kreisfrequenz $\omega_0 = 2\ \pi\ f_0$ = **5,18 rad/s**
Wellenzahl $k_0 = 2\ \pi / \lambda_0$ = **0,0449 rad/m**

(2 Punkte)

e) Amplitude y_m der Grundschwingung y_m = 0,1 m
damit wird $\mathbf{y_0(x,t) = y_m \sin(\omega_0\ t) \sin(k_0\ x) = 0{,}1\ m \sin(5{,}18\ t\ /s) \sin(0{,}0449\ x/m)}$

(alternativ: $y_0(x,t) = y_m \cos(\omega_0\ t) \sin(k_0\ x) = 0{,}1\ m \cos(5{,}18\ t\ /s) \sin(0{,}0449\ x/m)$)

Es kommt hier <u>nicht</u> darauf an, ob man eine sin oder cos Funktion wählt, da sowieso keine Anfangsbedingungen spezifiziert sind. Nur der Ortsanteil muß wegen der festen Enden auf jeden Fall eine sin(k x) Funktion sein !)

(2 Punkte)

f) Im Winter wird die Spannkraft im Draht höher, daher wachsen c_{draht} und damit f_0 an.
Die Wellenlänge λ_0 der Grundschwingung bleibt natürlich trotzdem konstant

(2 Punkte)