FACHHOCHSCHULE ESSLINGEN - HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

Wintersemester 2004/2005	Zahl der Blätter: 9 Blatt 1
Studiengang: FZ	Semester FK2
Prüfungsfach: Experimentelle Physik	Fachnummer: 2022
Hilfsmittel: Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 min.

Lösungsvorschlag – ohne Gewähr

<u>Aufgabe 1:</u> (Kurzaufgaben Mechanik) ***Autor: Prof. Hanak***

Lösung: Profs. Käß / Hiesgen

Teilaufgabe a)

Die mittlere Beschleunigung a_m folgt aus der während der Zeitspanne $\Delta t = 20$ ms auf den Ball wirkenden mittleren Kraft F_m : $F_m = m\, a_m$

Die mittlere Kraft F_m folgt dabei nach dem 2. Newtonschen Axiom aus der Impulsänderung Δp des Balls: $F_m = \Delta p / \Delta t$

Damit wird : $m\, a_m = m\, \Delta v / \Delta t$

und es bleibt : $a_m = \Delta v / \Delta t = [30\text{ m/s} - (- 26\text{ m/s})] / 20\text{ ms}$

$= [56\text{ m/s}] / 0{,}02\text{ s} = 2{,}8\ 10^3\text{ m/s2} = 285\text{ g}$ (!!)

Teilaufgabe b)

Die Anfangswinkelgeschwindigkeit ist Null, das Winkelgeschwindigkeits-Zeitgesetz lautet daher

(1) $\omega(t) = \alpha \cdot t$ und das Winkel-Zeitgesetz lautet

(2) $\varphi(t) = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$.

Nach t aufgelöst erhält man aus Gleichung (2) $t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}}$. Eingesetzt in Gleichung (1) ergibt sich für die Winkelgeschwindigkeit

$\omega(t) = \alpha \cdot \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}}$.

Mit dem zurück gelegten Winkel $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und der Winkelbeschleunigung $\alpha = 0{,}01\frac{1}{s^2}$ wird

$\omega = 0{,}177\frac{1}{s}$.

Die lineare Geschwindigkeit am Punkt P erhält man aus $v = \omega \cdot r = 0{,}177\frac{1}{s} \cdot 2m = 0{,}344\frac{m}{s}$.

Teilaufgabe c)

Die Arbeit ist gleich dem Integral unter der Kraft-Weg-Kurve, in diesem Fall also gleich der Fläche zwischen den Geradenstücken und der x-Achse. Dies sind alles Dreicke, für ihre Fläche gilt: „Fläche = Grundseite * Höhe. Achtung, es gibt daher auch negative Anteile ! Einteilung in drei Anteile :

W_I = ½ 5 N 2 m = 5 Nm
W_{II} = ½ (-5 N) 2 m = -5 Nm
W_{III} = ½ (-5 N) 4 m = -10 Nm

Die gesamte von der Kraft verichtete Arbeit beträgt : $W_{ges} = W_I + W_{II} + W_{III}$ = -10 Nm

Zu Anfang (x = 0m) hatte der Wagen die kinetische Energie $E_I = ½\, m\, v^2$ = 16 J
Die Kraft bremst ihn ab, bei x = 8m hat er noch die Energie E_{II} = 16 J -10 J = 6 J
Daraus folgt seine Geschwindigkeit zu $v = \sqrt{2E_{II}/m}$ = 2,45 m/s

Teilaufgabe d)

Die Zentripetalkraft, welche die Masse m auf der Kreisbahn hält, wird von der Feder aufgebracht. Also : $F_Z = F_{Feder}$

Für F_Z gilt : $F_Z = mv^2 / r$ = 0,4 kg (2 m/s)^2 / 0,6 m = 2,67 N

Der Betrag der Federkraft bei Dehnung der Feder um die Wegstrecke Δx berechnet sich aus : $F_{Feder} = c\, \Delta x = F_Z$

und Δx beträgt : $\Delta x = F_Z / c$ = 2,67 N / (30 N/m) = 0,089 m

Die Gesamtlänge der gedehnten Feder beträgt 0,6 m, daher beträgt die Länge L_0 der entspannten Feder : L_0 = 0,6 m – 0,089 m = 0,511 m

Teilaufgabe e)

Das Eindringen der Kugel in den Block ist ein unelastischer Stoß, für den der Impulserhaltungsatz gilt

$m_K v_K = (m_B + m_K) v_B$.

Nach dem Stoß bewegt sich der Block mit der Geschwindigkeit v_B.

$$v_B = \frac{m_K v_K}{(m_B + m_K)} = \frac{0{,}008\,\mathrm{kg} \cdot 290\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{(4\,\mathrm{kg} + 0{,}008\,\mathrm{kg})} = 0{,}579\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Beim Stoß mit der Feder wird die Bewegungsenergie des Blockes in Spannenergie der Feder umgewandelt, es gilt der Energieerhaltungssatz

$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} c \cdot \Delta x^2$.

Daraus ergibt sich die Strecke Δx, um die die Feder gestaucht wird, zu

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_B v_B^2}{c}} = \sqrt{\frac{4\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}579\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{1500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}} = 0{,}0299\,\mathrm{m}.$$

Aufgabe 2 (Schwungrad) ***Autor: Prof. Käß***

a) Die maximal entnehmbare elektrische Energie beträgt

$$\mathrm{E_{el}} = 5\,\mathrm{kWh} = 5000\ \mathrm{W} \cdot 3600\ \mathrm{s} = 18 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 18\,\mathrm{MJ}$$

Sie muss als mechanische Energie E_{mech} eingespeichert werden, $E_{mech} = E_{el}$. Die maximale Drehzahl beträgt $U_{max} = 3300\ \mathrm{min}^{-1}$, daraus ergibt sich die maximale Winkelgeschwindigkeit ω_{max} zu

$$\omega_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot U_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{3300}{60\ \mathrm{s}} = 345{,}6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Die mechanische Energie der Rotation berechnet sich zu $E_{mech} = ½\ J\ \omega^2$, also

$$E_{mech} = \frac{1}{2} J_{\min}\ \omega_{\max}^2 \quad \text{und damit} \quad J_{\min} = \frac{2E_{mech}}{\omega_{\max}^2} = 301{,}41\,\mathrm{kg\ m^2}$$

b) Das Massenträgheitsmoment J_S einer Scheibe mit Masse M und Radius R ist $J_S = ½\ MR^2$ (unter der Annahme, die Scheibe weise eine homogene Dichte auf). Damit beträgt der gesuchte Radius

$$R = \sqrt{\frac{2\ J_{\min}}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 301{,}4\ \mathrm{kg\ m^2}}{2500\ \mathrm{kg}}} = 0{,}491\,\mathrm{m}$$

(Hinweis: angenommen, die Scheibe besteht aus Stahl, Dichte $\rho = 7{,}86\ g/cm^3$. Aus $m = \rho\ V = \rho\ \pi\ R^2\ h$ ergäbe sich die Dicke h = 0,42 m)

c) Mehr Masse im Randbereich als in der Mitte, da $J = \int R^2 dm$. Also:
Speichen, verdickter Rand, Scheibe im Nabenbereich dünner als am Rand, …

d) Maximale Leistungsentnahme P_{max} = 40 kW = 40000 J / s = $4 \cdot 10^4$ J/s. Damit beträgt die Zeit t, bis die Energie E_{mech} verbraucht ist:

$$t = \frac{E_{el}}{P_{\max}} = \frac{E_{mech}}{P_{\max}} = \frac{18 \cdot 10^6\ \mathrm{J}}{4 \cdot 10^4\ \mathrm{J/s}} = 450\ \mathrm{s} = 7{,}5\,\mathrm{min}$$

e) Der Drehimpuls des Schwungrads bei einer Drehzahl U = 3000 min^{-1} beträgt :

$$L_0 = J\omega = 301{,}41\,\mathrm{kg\ m^2} \cdot 2 \cdot \pi\ \frac{3000}{60\ \mathrm{s}} = 301{,}41\,\mathrm{kg\ m^2} \cdot 314{,}16\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 9{,}469 \cdot 10^4\mathrm{Nms}$$

Die gesamte Drehimpulsänderung bei Abbremsen beträgt $\Delta L = L_0 - 0$, damit wird das mittlere Drehmoment M_m während des Abbremsvorgangs :

$$M_m = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{9{,}469 \cdot 10^4\ \mathrm{Nms}}{4{,}7\ \mathrm{s}} = 20146{,}8\,\mathrm{Nm} = 2{,}01 \cdot 10^4\ \mathrm{Nm}$$

<u>Aufgabe 3:</u> (Raumschiff) ***Autor: Prof. Prillinger***

a) Das Massenträgheitsmoment bezüglich der Achse durch D ist:

$$\mathbf{J_D = m\,[\,l_1^2 + \frac{2}{3}r^2 + (l_2 + r)^2\,] = m \cdot 158{,}75\ m^2}$$

3/15 Punkte

b) Das resultierende Drehmoment ist dann:

$$\mathbf{M_r = -m \cdot g \cdot (l_2 + r)\sin\beta + m \cdot g \cdot l_1 \cdot \sin\beta}$$

4/15 Punkte

mit der Näherung $\mathbf{\sin\beta \approx \beta}$ ergibt sich für das rücktreibende Drehmoment:

$$\mathbf{M_r = -(l_2 + r - l_1)\,m \cdot g \cdot \beta}$$

5/15 Punkte

c)Für das physikalische Pendel gilt allgemein: $\mathbf{J_D \cdot \ddot{\beta}(t) = M_r}$

$$\mathbf{158{,}75 \cdot m \cdot \ddot{\beta}(t) + m \cdot g \cdot (l_2 + r - l_1) \cdot \beta(t) = 0}$$

$$\mathbf{\ddot{\beta}(t) + \frac{g(l_2 - l_1 + r)}{158{,}75}\beta(t) = 0}$$

3/15 Punkte

d) Die Kreisfrequenz ω_0 der Schwingung ergibt sich aus dem Koeffizient von β

$$\mathbf{\omega_0 = \sqrt{\frac{9{,}81(10 - 5 + 1{,}5)\ m^2 s^{-2}}{158{,}75\ m^2}} = 0{,}634\ s^{-1}}$$

daraus die Frequenz $\mathbf{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0{,}101\ s^{-1}}$

<u>Alternative Lösung mit Hilfe des Schwerpunktes S des Pendels</u>:

$\mathbf{\ddot{\beta}(t) + \frac{2m \cdot g \cdot d}{J_D}\beta(t) = 0}$ mit dem Abstand d des S-Punktes vom Drehpunkt D

$\mathbf{d = \frac{l_2 + r - l_1}{2}}$ führt zum selben Ergebnis.

Aufgabe 4: **(Wellenkanal)** ***Autor: Prof. Hiesgen***

Die Wellenfunktion einer nach rechts laufenden Welle lautet

$$y(x,t) = \hat{y} \cos (kx - \omega t + \varphi)$$

a) Amplitude $\hat{y} = 0{,}15\,m$

b) Wellenlänge $\lambda = 15\text{m}$, Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}4189\frac{1}{\text{m}}$

c) Phasengeschwindigkeit $c = \frac{15\text{m}}{2{,}2\,\text{s}} = 6{,}818\frac{\text{m}}{\text{s}}$ mit $T = \frac{22\,\text{s}}{10} = 2{,}2\,\text{s}$

d) Schwingungsdauer $T = \frac{22\,\text{s}}{10} = 2{,}2\,\text{s}$ und Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2{,}86\frac{1}{\text{s}}$

e) Der Nullphasenwinkel Φ kann

1. aus dem Wegunterschied des ersten Maximums der Welle nach x=0 berechnet werden. Da x_1 bei 16,25 m liegt, befindet sich das erste Maximum bei x_0 =1,25 m. Es gilt für den Betrag der Phase $\frac{\Phi}{2\pi} = \frac{x}{\lambda}$, $\Phi = \frac{1{,}25\,\text{m}}{15\,\text{m}} \cdot 2\pi$ und damit $\Phi = -0{,}5236$ (negativ, da voreilend) oder

2. durch Einsetzen der Auslenkung der Welle zum Zeitpunkt t=0 in das Weg-Zeit-Gesetz y(x,t) berechnet werden

y(0,0) = 0,13 m (abgelesen) führt eingesetzt in das Weg-Zeitgesetz zu

$0{,}13\,m = 0{,}15\,m \cdot \cos(\Phi)$. Damit ergibt sich ebenfalls $\Phi = -0{,}5236$.

(Dem Winkel von -0,5236 im Bogenmaß entspricht in Grad der Wert -30°).

f) Die vollständige Wellenfunktion lautet

$$\hat{y} = 0{,}15\text{m} \cdot \cos(4{,}189\frac{1}{\text{m}} - 2{,}86\frac{1}{\text{s}} \cdot t - 0{,}536)$$