

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a.) Konstante Geschwindigkeit bedeutet $a = 0$, also $\sum \vec{F}_i = 0$

Somit ergibt sich für die Lagerkraft in A:

$$\underline{\underline{F_{LA}}} = (m_{st} + m_2) g = (0.6 \text{ kg} + 4 \text{ kg}) (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = \underline{\underline{45.1 \text{ N}}}$$

b.) Der Wagen bewegt sich nach links wegen des IES.
(Die Bälle bewegen sich nach rechts und der gemeinsame Schwerpunkt bleibt in Ruhe)

c.) EES: $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g r$ (1)

Kräftegleichgewicht im Punkt B, wenn die Fadenkraft $F_F \approx 0$:

$$m \frac{v_B^2}{r} = m g \Rightarrow v_B^2 = g r$$
 (2)

Gl. (2) in Gl. (1): $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m g r$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_0}} = \sqrt{3 g r} = \sqrt{3 (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (1.6 \text{ m})} \approx \underline{\underline{6.86 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

d.) IES: $(m_1 + m_2) v = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

wobei $v = v_s =$ Schwerpunktschwindigkeit

$$\Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 + m_2) v - m_2 v_2'}{m_1} = \frac{(38 \text{ kg} + 19 \text{ kg}) (19 \frac{\text{m}}{\text{s}}) - (19 \text{ kg}) (27 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{(38 \text{ kg})}$$

$$v_1' = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{Geschwindigkeit im Inertialsystem nach dem Stoß})$$

Somit ergibt sich die Relativgeschw. zum Schwerpunkt:

$$\underline{\underline{u_1'}} = v_1' - v_s = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 19 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

e.) DIE: $\underbrace{r m v + J_0 \omega_0}_{\vec{L}_M} = \underbrace{(J_0 + m r^2)}_{\text{gemeinsames Massenträgheitsmoment}} \omega_E$

$$|\vec{L}_M| = |\vec{r} \times \vec{p}|$$

$$\Rightarrow \omega_E = \frac{r m v + J_0 \omega_0}{J_0 + m r^2} = \frac{(3 \text{ m}) (80 \text{ kg}) (5 \frac{\text{m}}{\text{s}}) + (8000 \text{ kg m}^2) (1.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}})}{8000 \text{ kg m}^2 + (80 \text{ kg}) (3 \text{ m})^2}$$

$$= \frac{(1200 + 9600) \text{ kg } \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \text{ rad}}{(8000 + 720) \text{ kg m}^2} \quad \text{Also: } \underline{\underline{\omega_E = 1.24 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}}$$

Lösung zu Aufgabe 2:

a.) Die Arbeit berechnet sich aus $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$, wobei
 $s = \frac{(50\text{m})}{\sin 10^\circ} = 288\text{m}$. Da Kraft und Verschiebungsvektor entgegengesetzt gerichtet sind ergibt sich $W = (50\text{N})(288\text{m}) \cos(170^\circ) = \underline{\underline{-14.2\text{kJ}}}$

b.) Kraft auf den Ball: $F(t) = at - bt^2$

b1) Die Fläche unter der $F(t)$ -Kurve entspricht der Impulsänderung Δp , denn $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

$$b2) \quad \Delta p = \int_0^{t_2} F(t) dt = \int_0^{t_2} (at - bt^2) dt = \left. \frac{1}{2} at^2 - \frac{1}{3} bt^3 \right|_0^{t_2}$$

$$= \frac{1}{2} at_2^2 - \frac{1}{3} bt_2^3 = \underbrace{\frac{1}{2} \left(2.4 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{s}} \right) \left(3 \times 10^{-3} \text{s} \right)^2}_{10.8 \text{ Ns}} - \underbrace{\frac{1}{3} \left(8 \times 10^8 \frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right) \left(3 \times 10^{-3} \text{s} \right)^3}_{7.2 \text{ Ns}}$$

$$\Delta p = 3.6 \text{ Ns}$$

Aus $\Delta p = m (v_E - v_A)$ und $v_A = 0$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_E}} = \frac{\Delta p}{m} = \frac{3.6 \text{ Ns}}{0.15 \text{ kg}} = \underline{\underline{24 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

b3.) Eine sinnvolle Durchschnittskraft müsste die gleiche Impulsänderung zur Folge haben. Also:

$$\underline{\underline{\bar{F}}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{3.6 \text{ Ns}}{3 \times 10^{-3} \text{ s}} = \underline{\underline{1200 \text{ N}}}$$

s

Lösung zu Aufgabe 3:

a.) Die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels (für kleine Auslenkung) berechnet sich aus

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgd}} \quad (1), \text{ wobei } \begin{array}{l} J_A = \text{Massenträgheitsmoment} \\ \text{bez. Drehpunkt A} \\ m = \text{Gesamtmasse} \\ d = \text{Abstand Drehpunkt} \\ \text{Schwerpunkt} \end{array}$$

a1.) Mit Steinr: $J_A = J_S + m d^2 = \frac{1}{2} m r^2 + m (L+r)^2$

$$= \frac{1}{2} (2.5 \text{ kg}) (0.21 \text{ m})^2 + 2.5 \text{ kg} (0.76 \text{ m} + 0.2 \text{ m})^2$$

$$= 0.05513 \text{ kg m}^2 + 2.352 \text{ kg m}^2$$

$$\underline{\underline{J_A = 2.407 \text{ kg m}^2}}$$

a2.) Punktmasse: $J = 2.352 \text{ kg m}^2$

\Rightarrow Fehler $\frac{\Delta J}{J_A} = \frac{J_A - J}{J_A} = \frac{0.05513 \text{ kg m}^2}{2.407 \text{ kg m}^2} = 0.0229 \approx \underline{\underline{2.3\%}}$

a3.) Mit Gl. (1): $\underline{\underline{T_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{2.407 \text{ kg m}^2}{(2.5 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.97 \text{ m})}} = 1.999 \text{ s} \approx \underline{\underline{2.0 \text{ s}}}$

b.) Zweites Newtonsches Axiom für Drehbewegungen: $\sum_i M_i = J \alpha$

b1.) $\underbrace{-c^* \varphi}_{\text{Rückstellmoment der Drehfeder}} - \underbrace{mg(L+r) \sin \varphi}_{\text{Moment der Gewichtskraft bez. A}} = J_A \alpha \quad \ddot{\varphi}$

$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \underbrace{\left(\frac{c^* + mg(L+r)}{J_A} \right)}_{\omega_0^2} \varphi = 0$

Für kleine Auslenkung $\sin \varphi \approx \varphi$
 $\omega_0 =$ Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

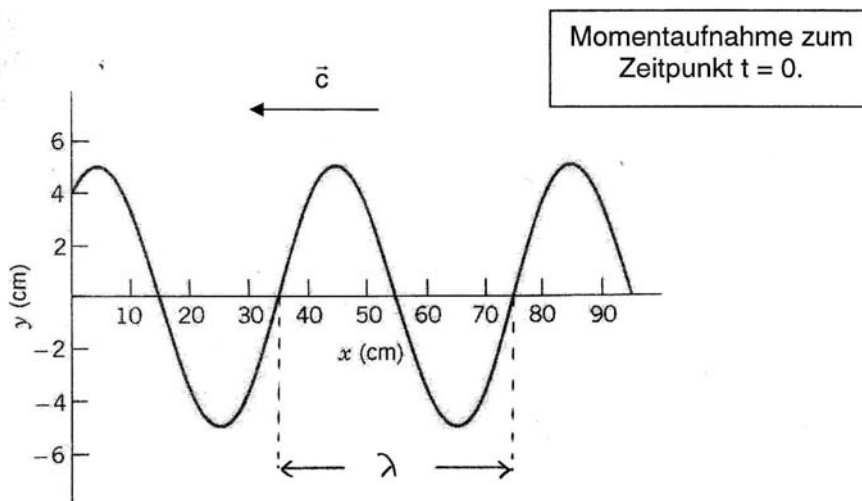
b2.) Somit: $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{c^* + mg(L+r)}}$, weil $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

$\Rightarrow c^* = J_A \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 - mg(L+r)$

$$= (2.407 \text{ kg m}^2) \left(\frac{2\pi}{1.55} \right)^2 - (2.5 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.97 \text{ m})$$

$\underline{\underline{c^*}} = 42.23 \text{ Nm} - 23.79 \text{ Nm} \approx \underline{\underline{18.44 \text{ Nm}}}$

Lösung zu Aufgabe 4:



Eine Möglichkeit der Darstellung für die Wellenfunktion:

$$y(x, t) = \hat{y} \cos(\omega t + kx + \phi) \quad (1)$$

↑
nach links!

- a.) Amplitude aus der Skizze: $\hat{y} = 5 \text{ cm}$
- b.) Wellenlänge aus der Skizze $\lambda = 40 \text{ cm} \Rightarrow$ Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
 $k = 15.7 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
- c.) Phasengeschwindigkeit c aus Seilkraft F und Massenbelegung μ :
- $$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{(3.6 \text{ N})}{25 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-2} \text{ m}}}} \approx 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
- d.) Aus $c = f \lambda \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1.2 \text{ m/s}}{0.4 \text{ m}} = 3 \text{ Hz}$
 $\Rightarrow \omega = 2\pi f \approx 18.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

e.) Aus Gl. (1) $\Rightarrow y(0, 0) = \hat{y} \cos(\phi) = 4 \text{ cm} \Rightarrow \cos \phi = \frac{4}{5}$
 $\Rightarrow \phi_{1/2} = \pm 36.9^\circ$

Transversalgeschwindigkeit: $v = \dot{y}(x, t) = -\hat{y} \omega \sin(\omega t + kx + \phi)$

Aus der Skizze: $v(0, 0) > 0$ (Welle bewegt sich nach links!)

$\Rightarrow \dot{y}(0, 0) = -\hat{y} \omega \sin(\phi) > 0 \Rightarrow \sin \phi < 0$ Also: $\phi = -36.9^\circ$

f.) Maximale Transversalgeschw. $v_{\text{max}} = \hat{y} \omega = (0.05 \text{ m})(18.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) = 0.94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$