

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a.) Konstante Geschwindigkeit bedeutet  $a = 0$ , also  $\sum \vec{F}_i = 0$

Somit ergibt sich für die Lagerkraft in A:

$$\underline{\underline{F_{LA}}} = (m_{SE} + m_2) g = (0.6 \text{ kg} + 4 \text{ kg}) (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = \underline{\underline{45.1 \text{ N}}}$$

b.) Der Wagen bewegt sich nach links wegen des IES  
(Die Bälle bewegen sich nach rechts und der gemeinsame Schwerpunkt bleibt in Ruhe)

c.) EES:  $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g r$  (1)

Kräftegleichgewicht im Punkt B, wenn die Fadenkraft  $F_F \approx 0$ :

$$m \frac{v_B^2}{r} = m g \Rightarrow v_B^2 = g r$$
 (2)

Gl. (2) in Gl. (1):  $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m g r$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_0}} = \sqrt{3 g r} = \sqrt{3 (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (1.6 \text{ m})} \approx \underline{\underline{6.86 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

d.) IES:  $(m_1 + m_2) v = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

wobei  $v = v_S =$  Schwerpunktschwindigkeit

$$\Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 + m_2) v - m_2 v_2'}{m_1} = \frac{(38 \text{ kg} + 19 \text{ kg}) (19 \frac{\text{m}}{\text{s}}) - (19 \text{ kg}) (27 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{(38 \text{ kg})}$$

$$v_1' = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{Geschwindigkeit im Inertialsystem nach dem Stoß})$$

Somit ergibt sich die Relativgeschw. zum Schwerpunkt:

$$\underline{\underline{u_1'}} = v_1' - v_S = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 19 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

e.) DIE:  $\underbrace{r m v + J_0 \omega_0}_{\vec{L}_M} = \underbrace{(J_0 + m r^2)}_{\text{gemeinsames Massenträgheitsmoment}} \omega_E$

$$|\vec{L}_M| = |\vec{r} \times \vec{p}|$$

$$\Rightarrow \omega_E = \frac{r m v + J_0 \omega_0}{J_0 + m r^2} = \frac{(3 \text{ m}) (80 \text{ kg}) (5 \frac{\text{m}}{\text{s}}) + (8000 \text{ kg m}^2) (1.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}})}{8000 \text{ kg m}^2 + (80 \text{ kg}) (3 \text{ m})^2}$$

$$= \frac{(1200 + 9600) \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \text{ rad}}{(8000 + 720) \text{ kg m}^2} \quad \text{Also: } \underline{\underline{\omega_E = 1.24 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}}$$

Lösung zu Aufgabe 2:

a.) Mittelwert  $\bar{v} = 0.8958 \frac{m}{s}$

Standardabweichung  $s = 0.02551 \frac{m}{s}$

Mittlerer Fehler  $\Delta \bar{v} = \frac{s}{\sqrt{N}} = 0.0104 \frac{m}{s}$ , wobei  $N=6$ .

Zwischenergebnis:  $\bar{v} = (0.896 \pm 0.010) \frac{m}{s}$

b.)  $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0.230 \text{ kg}) (0.896 \frac{m}{s})^2 = 0.0923 \text{ J}$

Relative Fehler von  $E_{kin}$ :

$$\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta v}{v}\right)^2} \quad (\text{Potenzgesetz!})$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0.001 \text{ kg}}{0.230 \text{ kg}}\right)^2 + \left(2 \frac{0.010}{0.896}\right)^2} = \sqrt{1.89 \times 10^{-5} + 49.8 \times 10^{-5}}$$

$$\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}} = 0.0227 \quad \Rightarrow \quad E_{kin} = (0.0227)(0.0923 \text{ J}) = 0.00210 \text{ J}$$

Endergebnis:  $E_{kin} = \underline{\underline{(0.0923 \pm 0.0021) \text{ J}}}$

c.) Gesamtenergie an der Stelle  $x_1$ :

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = 0.0923 \text{ J} + 0.156 \text{ J} = 0.248 \text{ J}$$

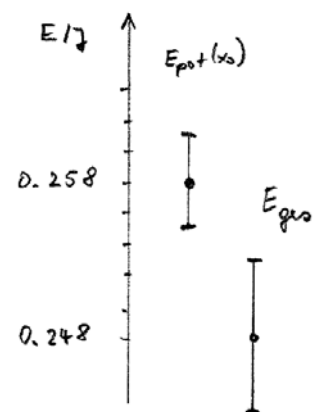
$$\text{Fehler: } \Delta E_{ges} = \sqrt{\Delta E_{kin}^2 + \Delta E_{pot}^2} = \sqrt{(0.0021 \text{ J})^2 + (0.004 \text{ J})^2}$$

$$\Delta E_{ges} \approx 0.0045 \text{ J}$$

Also:  $E_{ges} = \underline{\underline{(0.248 \pm 0.005) \text{ J}}}$

Vgl. mit  $E_{pot}(x_0) = (0.258 \pm 0.003) \text{ J}$

Die Fehlerbalken beider Messungen überlappen zwar nicht, aber trotzdem würde man sagen, daß die Ergebnisse im Rahmen der Statistike übereinstimmen. Dies wird vor allem dann klar, wenn die Fehler Standardabweichungen entsprechen und man bei einer Verdopplung der Fehlerbalken einen Überlapp bekommt.



Lösung zu Aufgabe 3:

a.) Die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels (für kleine Auslenkwinkel) berechnet sich aus

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgd}} \quad (1), \text{ wobei } \begin{array}{l} J_A = \text{Massenträgheitsmoment} \\ \text{bez. Drehpunkt A} \\ m = \text{Gesamtmasse} \\ d = \text{Abstand Drehpunkt -} \\ \text{Schwerpunkt} \end{array}$$

a1.) Mit Steinr:  $J_A = J_S + m d^2 = \frac{1}{2} m r^2 + m (L+r)^2$

$$= \frac{1}{2} (2.5 \text{ kg}) (0.21 \text{ m})^2 + 2.5 \text{ kg} (0.76 \text{ m} + 0.21 \text{ m})^2$$

$$= 0.05513 \text{ kg m}^2 + 2.352 \text{ kg m}^2$$

$$\underline{\underline{J_A = 2.407 \text{ kg m}^2}}$$

a2.) Punktmasse:  $J = 2.352 \text{ kg m}^2$

⇒ Fehler  $\frac{\Delta J}{J_A} = \frac{J_A - J}{J_A} = \frac{0.05513 \text{ kg m}^2}{2.407 \text{ kg m}^2} = 0.0229 \approx \underline{\underline{2.3\%}}$

a3.) Mit Gl. (1):  $\underline{\underline{T_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{2.407 \text{ kg m}^2}{(2.5 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.97 \text{ m})}} = 1.999 \text{ s} \approx \underline{\underline{2 \text{ s}}}$

b.) Zweites Newtonsches Axiom für Drehbewegungen:  $\sum_i M_i = J \alpha$

b1.)  $\underbrace{-c^* \varphi}_{\text{Rückstellmoment der Drehfeder}} - \underbrace{mg(L+r) \sin \varphi}_{\text{Moment der Gewichtskraft bez. A}} = J_A \alpha \quad \ddot{\varphi}$

⇒  $\ddot{\varphi} + \underbrace{\left( \frac{c^* + mg(L+r)}{J_A} \right)}_{\omega_0^2} \varphi = 0$

Für kleine Auslenkwinkel:  
 $\sin \varphi \approx \varphi$

$\omega_0 =$  Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung.

b2.) Somit:

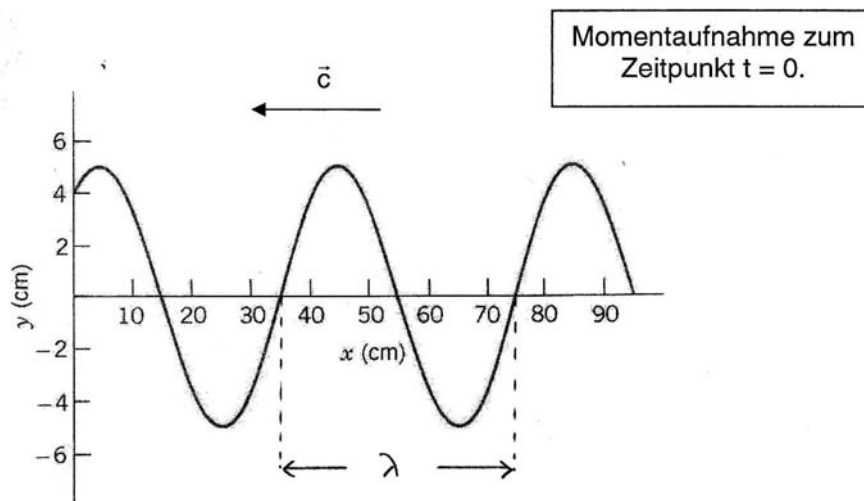
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{c^* + mg(L+r)}}, \text{ weil } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

⇒  $c^* = J_A \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - mg(L+r)$

$$= (2.407 \text{ kg m}^2) \left( \frac{2\pi}{1.55} \right)^2 - (2.5 \text{ kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.97 \text{ m})$$

$$\underline{\underline{c^*}} = 42.23 \text{ Nm} - 23.79 \text{ Nm} \approx \underline{\underline{18.44 \text{ Nm}}}$$

Lösung zu Aufgabe 4:



Eine Möglichkeit der Darstellung für die Wellenfunktion:

$$y(x, t) = \hat{y} \cos(\omega t + kx + \phi) \quad (1)$$

↑  
nach links!

- a.) Amplitude aus der Skizze:  $\hat{y} = 5 \text{ cm}$
- b.) Wellenlänge aus der Skizze  $\lambda = 40 \text{ cm} \Rightarrow$  Wellenzahl  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$   
 $k = 15.7 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
- c.) Phasengeschwindigkeit  $c$  aus Seilkraft  $F$  und Massenbelegung  $\mu$ :  

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{(3.6 \text{ N})}{25 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-2} \text{ m}}}} \approx 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
- d.) Aus  $c = f \lambda \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1.2 \text{ m/s}}{0.4 \text{ m}} = 3 \text{ Hz}$   
 $\Rightarrow \omega = 2\pi f \approx 18.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- e.) Aus Gl. (1)  $\Rightarrow y(0, 0) = \hat{y} \cos(\phi) = 4 \text{ cm} \Rightarrow \cos \phi = \frac{4}{5}$   
 $\Rightarrow \phi_{1/2} = \pm 36.9^\circ$   
 Transversalgeschwindigkeit:  $v = \dot{y}(x, t) = -\hat{y} \omega \sin(\omega t + kx + \phi)$   
 Aus der Skizze:  $v(0, 0) > 0$  (Welle bewegt sich nach links!)  
 $\Rightarrow \dot{y}(0, 0) = -\hat{y} \omega \sin(\phi) > 0 \Rightarrow \sin \phi < 0$  Also:  $\phi = -36.9^\circ$
- f.) Maximale Transversalgeschw.  $v_{\text{max}} = \hat{y} \omega = (0.05 \text{ m})(18.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) = 0.94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$