Sommersemester	2004	Zahl der Blätter: 3 Blatt 1
Studiengang:	ETD	Semester ETD2
Prüfungsfach:	Experimentalphysik 2	Fachnummer: 2033
Hilfsmittel:	Manuskript, Literatur, Taschenrechner	Zeit: 90 min.

Lösungen ohne Gewähr!

<u>Aufgabe 1</u> (21 Punkte)

a) Zunächst wird die Geschwindigkeit v_2, mit der das Wasser aus dem Brunnen ausströmen muss, um das Brunnenloch zu treffen, berechnet. (Waagrechter Wurf)

Für den Wasserstrahl gilt $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_2\, t \\ \frac{1}{2} g\, t^2 \end{pmatrix}$. Durch Elimination der Zeit t erhält man für die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers $\mathrm{v}_2 = \frac{\mathrm{x} \cdot \sqrt{\mathrm{g}}}{\sqrt{2\mathrm{y}}} = 4{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Für eine Rohrströmung ohne Quellen und Senken gilt die Kontinuitätsgleichung für die beiden Orte 1 und 2

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Für den Zusammenhang zwischen den Rohrquerschnitten und den zugehörigen Strömungsgeschwindigkeiten gilt also die Beziehung

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \qquad v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

Die Querschnittsfläche des Rohrs am Ort 1 beträgt $A_1 = \frac{1}{4} \pi d_1^{\,2} = 0{,}09\ \mathrm{m}^2$.

Die Querschnittsfläche des Rohrs am Ort 2 beträgt $A_2 = \frac{1}{4} \pi d_2^{\,2} = 0{,}0009\ \mathrm{m}^2$.

Damit wird die Strömungsgeschwindigkeit $v_1 = \frac{0{,}0009\ \mathrm{m}^2}{0{,}09\ \mathrm{m}^2} \cdot v_2 = 0{,}01 \cdot v_2$ und ist kleiner als die Strömungsgeschwindigkeit beim Ausfluss.

b) Die BERNOULLI Gleichung für eine reibungsfreie Flüssigkeit mit Höhenunterschied $h_2 = h$ und $h_1 = 0$ und $p_2 = p_L$ lautet

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 = p_\mathrm{L} + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h$$

$$p_1 = p_L + \rho g h + \frac{1}{2}\rho({v_2}^2 - {v_1}^2)$$

$$p_1 = p_L + \rho g h + \frac{1}{2}\rho({v_2}^2 - (0{,}01 v_2)^2)$$

$$\mathrm{p}_1 = \mathrm{p}_\mathrm{L} + \rho[\mathrm{gh} + \frac{1}{2}(\mathrm{v}_2{}^2 - (0{,}01\mathrm{v}_2)^2)]$$

$$= \mathrm{p}_\mathrm{L} + \rho[\mathrm{gh} + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2{}^2(\underbrace{1 - 0{,}0001}_{\approx 1})]$$

$$= 1013 \cdot 10^2\ \mathrm{Pa} + 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}[9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{m} + 0{,}5 \cdot (4{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2]$$

$$= 1320\ \mathrm{hPa}$$

Sommersemester 2004	Blatt 2
Studiengang: ETD	Semester ETD2
Prüfungsfach: Experimentalphysik 2	Fachnummer: 2033

<u>Aufgabe 2</u> (33 Punkte)

a) Die Zustandsgleichung idealer Gase für den Zustand '1' liefert die Teilchenmenge

$$n = \frac{p_1 V_1}{R_m T_1} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{N} \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3}{\mathrm{m}^2 \left(8{,}31\ \mathrm{N\,m\,mol^{-1}\,K^{-1}}\right) 298\ \mathrm{K}} = 0{,}1234\ \mathrm{mol}.$$

b) Für die isobare Zustandsänderung von '3' → '1' gilt

$$T_3 = \frac{V_3}{V_1} T_1 = \frac{2{,}9\ \mathrm{l}}{3{,}0\ \mathrm{l}}\ 298\ \mathrm{K}$$

$$T_3 = 288\ \mathrm{K}$$

V

Mit der isentropen Zustandsänderung von '2' → '1' und $\kappa(\mathrm{He}) = \frac{5}{3}$ (einatomiges Gas) folgt

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\kappa-1} T_1 = 6^{0{,}67}\, 298\ \mathrm{K}$$

$$T_2 = 305\ \mathrm{K}$$

c) Bei diesem Kreisprozeß wird nur Q_{23} abgegeben.

$Q_{12} = 0$ (isentrope Kompression)

$Q_{31} > 0$ (isobare Expansion mit $\Delta V_{31} > 0$ und $\Delta U_{31} > 0$)

Für eine isochore Zustandsänderung ($W_{23} = 0$) liefert der erste Hauptsatz

$\Delta U_{23} = Q_{23} + W_{23}$, sofort

$Q_{23} = \Delta U_{23} = n C_{mv}(\mathrm{He})(T_3 - T_2)$,

wobei $C_{mv}(\mathrm{He}) = \frac{3}{2} R_m$.

Somit ist $Q_{ab} = Q_{23}$ oder

$$Q_{ab} = 0{,}1234\ \mathrm{mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8{,}31\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}\ (-17\ \mathrm{K})$$

$$Q_{ab} = -25{,}9\ \mathrm{J}$$

d) Es ist

$$W_{31} = -p_1 \int_{V_1}^{V_3} \mathrm{d}V = -p_1 (V_1 - V_3)$$

$$W_{31} = \left(1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{N\,m^{-2}}\right)\left(2{,}9 - 3{,}0\right) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

$$W_{31} = -10{,}2\ \mathrm{J},$$

$$W_{23} = 0\ \mathrm{J} \quad \text{(isochore Zustandsänderung mit } \Delta V_{23} = 0\text{)}$$

und

$$W_{12} = \Delta U_{12} = n\, C_{mv}(\mathrm{He})\left(T_2 - T_1\right)$$

$$= 0{,}1234\ \mathrm{mol}\ \frac{3}{2}\, 8{,}31\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}} (6{,}8\ \mathrm{K})$$

$$W_{12} = 10{,}5\ \mathrm{J} \quad \text{(isentrope Zustandsänderung mit } \Delta Q_{12} = 0\text{).}$$

Somit ergibt sich für die mechanische Nutzarbeit

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{31}$$

$$= \left(-10{,}2 + 0 + 10{,}5\right)\ \mathrm{J}$$

$$= 0{,}3\ \mathrm{J}$$

Dies bestätigt nochmals, dass bei einem linksläufigen Kreisprozeß insgesamt Arbeit hineingesteckt werden muss, um Wärme entgegen dem natürlichen Temperaturgefälle zu transportieren.

e) Die Leistungszahl ε dieser Wärmpumpe beträgt damit

$$\varepsilon = \frac{|Q_{ab}|}{|W|} = \frac{|Q_{23}|}{|W|} = \frac{25{,}9\ \mathrm{J}}{0{,}3\ \mathrm{J}} = 86{,}3$$

Sommersemester 2004	Blatt 3
Studiengang: ETD	Semester ETD2
Prüfungsfach: Experimentalphysik 2	Fachnummer: 2033

Aufgabe 3 (36 Punkte)

a) Das Projektil (punktförmig angenommen) im Schwerpunkt S liefert bezüglich der Drehachse P im Abstand d ein zusätzliches Massenträgheitsmoment

$$J_{\mathrm{P,Projektil}} = m_{\mathrm{p}} d^2 = 2{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kgm}^2$$

Das gesamte Massenträgheitsmoment bezüglich der Drehachse P ist somit

$$J_{\mathrm{P,ges}} = J_{\mathrm{P}} + J_{\mathrm{P,Projektil}} = 0{,}403\ \mathrm{kgm}^2$$

Für eine freie Drehschwingung gilt

$$\omega_{0,1} = \sqrt{\frac{c^*}{J_{\mathrm{P,ges}}}} = 7\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$T_{0,1} = \frac{2\pi}{\omega_{0,1}} = 0{,}89\ \mathrm{s}$$

b) Der Drehimpulserhaltungssatz liefert für den unelastischen Stoß

$$m_{\mathrm{p}} v_{\mathrm{p}} d = J_{\mathrm{P,ges}} \dot{\beta}_{\mathrm{max}}$$

$$\dot{\beta}_{\mathrm{max}} = \frac{m_{\mathrm{p}} v_{\mathrm{p}} d}{J_{\mathrm{P,ges}}} = 1{,}74\ \mathrm{s}^{-1}$$

c) Für eine freie harmonische Drehschwingung gilt allgemein

$$\beta(t) = \beta_{\mathrm{max}} \cos(\omega_{0,1} t + \varphi_0)$$

$$\dot{\beta}(t) = -\beta_{\mathrm{max}} \omega_{0,1} \sin(\omega_{0,1} t + \varphi_0)$$

Die Anfangsbedingungen lauten in diesem Fall

$$\beta(0) = 0$$

$$\dot{\beta}(0) = \dot{\beta}_{\mathrm{max}}$$

Eingesetzt ergibt dies:

$$\beta_{\mathrm{max}} \cos(\varphi_0) = 0$$

$$-\beta_{\mathrm{max}} \omega_{0,1} \sin(\varphi_0) = \dot{\beta}_{\mathrm{max}} > 0$$

Die Cosinus-Gleichung liefert $\varphi_{01,2} = \pm\frac{\pi}{2}$

Da jedoch $\dot{\beta}_{max} > 0$ ist, kommt nur $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ in Frage.

Dies in die Sinus-Gleichung eingesetzt, liefert

$$\beta_{max} = -\frac{\dot{\beta}_{max}}{\omega_{01}\sin(-\frac{\pi}{2})} = \frac{\dot{\beta}_{max}}{\omega_{01}} = 0{,}25\,\text{rad}$$

d) Diese Lösungen eingesetzt in das Auslenkungs-Zeit-Gesetz

$$\beta(t) = \beta_{max}\cos(\omega_{0,1}t + \varphi_0) = \frac{\dot{\beta}_{max}}{\omega_{01}}\cos(\omega_{0,1}t - \frac{\pi}{2})$$

$$= \frac{\dot{\beta}_{max}}{\omega_{01}}\sin(\omega_{0,1}t) = 0{,}25\,\text{rad}\cdot\sin(7\,\text{s}^{-1}\cdot t)$$

e) Folgende Kräfte greifen an und bewirken ein rücktreibendes Drehmoment:

Die Gewichtskräfte der beiden Körper wirken beide im Schwerpunkt und bewirken ein rücktreibendes Drehmoment, die Drehfeder ebenso.

Für das dynamische Momentengleichgewicht (nach NEWTON bewirkt ein angreifendes Drehmoment eine Winkelbeschleunigung) gilt

$$J_{P,ges}\ddot{\beta} = M_{rück}$$

$$M_{rück} = -(m + m_p)gd\sin\beta - c^*\beta$$

Eingesetzt liefert dies

$$J_{P,ges}\ddot{\beta} + (m + m_p)gd\sin\beta + c^*\beta = 0$$

Für kleine Auslenkungen gilt $\sin\beta \approx \beta$ und die Differentialgleichung lautet

$$J_{P,ges}\ddot{\beta} + ((m + m_p)gd + c^*)\beta = 0$$

oder in normierter Schreibweise

$$\ddot{\beta} + \underbrace{\frac{(m + m_p)gd + c^*}{J_{P,ges}}}_{=\omega_{0,2}^2}\beta = 0$$

f) Somit ist sehr leicht aus der Differentialgleichung abzulesen

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{(m + m_p)gd + c^*}{J_{P,ges}}} = 9{,}9\,\text{s}^{-1}$$

$$T_{0,2} = \frac{2\pi}{\omega_{0,2}} = 0{,}63\,\text{s}$$