Lösungen Experimentalphysik – WS03 – Version FK

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a) Die Winkelgeschwindigkeit des Uhrzeigers ist

$$\omega = \frac{2\pi\ \text{rad}}{3600\ \text{s}} = 1.75 \times 10^{-3}\ \text{rad/s}\,.$$

b) Aufgrund von Reibung erfährt der Eishockey-Puck eine Beschleunigung von

$a = -\dfrac{0.6\ \text{m/s}}{1.25\text{s}} = 0.48\ \text{m/s}^2$. Damit ist die Gleitreibungszahl

$$\mu = \frac{F_R}{F_N} = \frac{m\,a}{m\,g} = \frac{a}{g} = \frac{0.48\ \text{m/s}^2}{9.81\ \text{m/s}^2} = 0.049 \quad \text{und} \quad F_R = \mu F_N = (0.049)\,(1.1\text{N}) = 0.054\ \text{N}\,.$$

c) Die Pumphöhe beträgt

$$h = \frac{E_{pot}}{m\,g} = \frac{E_{pot}}{(\rho\ V)\ g} = \frac{(850 \times 10^3\ \frac{\text{J}}{\text{s}})\ (3600\ \text{s})}{(10^3\ \text{kg/m}^3)\ (6000\ \text{m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)} = 52\ \text{m}\,.$$

d) Der Impulserhaltungssatz für einen unelastischen Stoss lautet
$m_1\ v_1 = (m_1 + m_2)\ v_E$ und somit ist

$$v_E = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{4.5\ \text{t}}{4.5\ \text{t} + 2.5\ \text{t}}\ 2\ \text{m/s} = 1.29\ \text{m/s}\,.$$

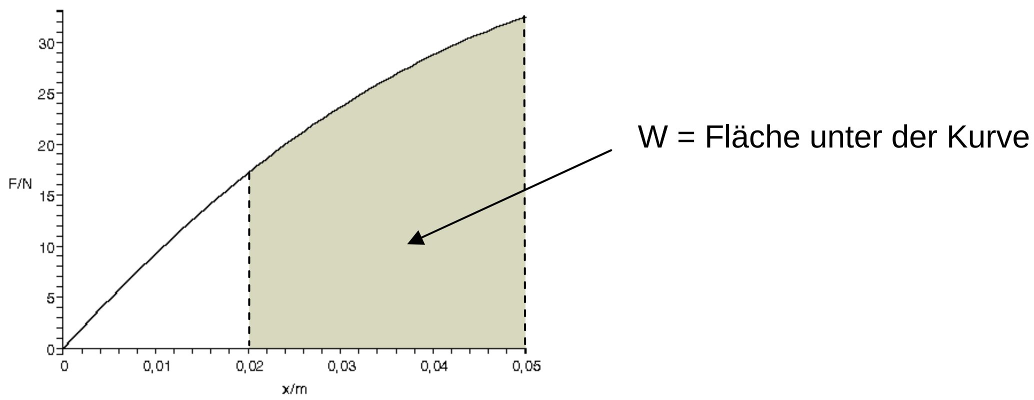
e) Mit der Gleichung $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ für die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels ergibt sich für die Gravitationsbeschleunigung g_M auf dem Mond

$$g_M = \frac{4\pi^2\ L}{T^2} = \frac{4\pi^2\ (1.5\ \text{m})}{(6.04\ \text{s})^2} = 1.62\ \text{m/s}^2\,.$$

Lösung zu Aufgabe 2:

a) und c) Kraft als Funktion F der Auslenkung x:

$F(x) = -c_1 x + c_2 x^2$, wobei $c_1 = 1 \times 10^3$ N/m und $c_2 = 7 \times 10^3$ N/m^2



b) Die Arbeit W um den Wagen von x_1 nach x_2 zu verschieben ist somit

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F^*(x)\,dx \text{, wobei die äußere Kraft } F^*(x) = -F(x).$$

Somit ergibt sich

$$W = \int_{x_1}^{x_2} (c_1 x - c_2 x^2)\,dx = \left[\frac{1}{2}c_1 x^2 - \frac{1}{3}c_2 x^3\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}c_1(x_2{}^2 - x_1{}^2) - \frac{1}{3}c_2(x_2{}^3 - x_1{}^3)\,.$$

Mit den Zahlenwerten $x_1 = 2$ cm und $x_2 = 5$ cm ergibt sich

$$W = \frac{1}{2}(1 \times 10^3 \text{ N/m})\,[(0.05\text{ m})^2 - (0.02\text{ m})^2] - \frac{1}{3}(7 \times 10^3 \text{ N/m})[(0.05\text{ m})^3 - (0.02\text{ m})^3]$$

$$W = 1.05\text{ J} - 0.273\text{ J} = 0.78\text{ J}$$

c) Wird der Wagen nun am Ort x_2 losgelassen, so wird die gesamte potentielle Energie die jetzt in dem Gummiband gespeichert ist wieder in kinetische umgewandelt. Also

$$W = \Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \text{ und daraus } v = \sqrt{\frac{2\,W}{m}} = \sqrt{\frac{2\,(0.78\text{ J})}{(0.12\text{ kg})}} = 3.60\text{ m/s}\,.$$

Lösung zu Aufgabe 3:

(a) Das 2. NEWTONsche Axiom in Richtung der schiefen Ebene auf den Block angewandt liefert

$$\sum_i F_i = m\,a \quad \text{bzw.} \quad -F_S + m\,g\sin\varphi = m\,a \qquad (1).$$

Das 2. NEWTONsche Axiom für Drehbewegungen bezüglich der Scheibe lautet

$$\sum_i M_i = J_S\,\alpha \quad \text{bzw.} \quad F_S\,R = J_S\,\frac{a}{R}, \qquad (2)$$

wobei die lineare Beschleunigung a des Blocks und die Winkelgeschwindigkeit α der Scheibe über die Gleichung $a = \alpha\,R$ verknüpft sind.

Aus Gl. (1) und Gl. (2) folgt nun durch eliminieren von F_S

$$a = \frac{m\,g\sin(\varphi)}{m + \frac{J_S}{R^2}} = \frac{(12\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2)\sin 25^\circ}{(12\,\text{kg}) + \frac{(0.09\,\text{kg m}^2)}{(0.15\,\text{m})^2}} = 3.11\,\text{m/s}^2 \quad \text{und}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{3.11\,\text{m/s}^2}{0.15\,\text{m}} = 20.7\,\text{rad/s}^2.$$

b) Der Drehimpuls L_1 der Scheibe nach $\Delta t = 0.5$ s ist $L_1 = J\,\omega$, wobei $\omega = \omega_0 + \alpha\,t = 0 + (20.7\,\text{rad/s}^2)\,(0.5\,\text{s}) = 10.4\,\text{rad/s}$. Somit ist

$L_1 = (0.09\ \text{kg m}^2)\ (10.4\ \text{rad/s}) = 0.933\ \text{kg m}^2/\text{s}$.

c) Der Drehimpuls L_2 des Blocks bezüglich A nach $\Delta t = 0.5$ s ist $L_2 = r\,m\,v$, wobei $v = v_0 + a\,t = 0 + (3.11\,\text{m/s}^2)\,(0.5\,\text{s}) = 1.56\,\text{m/s}$. Somit ist

$L_2 = (0.15\ \text{m})\ (12\ \text{kg})(1.56\ \text{m/s}) = 2.80\ \text{kg m}^2/\text{s}$.

d) Es gibt nur zwei äußere Kräfte, die ein äußeres Drehmoment bezüglich A auf das System ausüben. Dies sind die Gewichtskraft des Blocks und die Normalkraft N der Unterlage auf den Block (Die Wirkungslinie der Lagerkraft der Scheibe geht durch A). Da sich die Normalkomponente der Gewichtskraft und N auslöschen, bleibt nur die Hangabtriebskraft m g sin(φ) als Ursache für ein äußeres Drehmoment übrig. Somit ist

$$M_{ext} = (m\,g\sin\varphi)\,R = (12\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2)\sin 25^\circ\,(0.15\,\text{m}) = 7.46\,\text{kg m}^2/\text{s}^2.$$

Mit der Drehimpulsänderung $\Delta L_{ges} = L_1 + L_2 = 0.933\ \text{kg m}^2/\text{s} + 2.80\ \text{kg m}^2/\text{s} = 3.73\ \text{kg m}^2/\text{s}$ ergibt sich für

$$\frac{\Delta L_{ges}}{\Delta t} = \frac{3.73\,\text{kg m}^2/\text{s}}{0.5\,\text{s}} = 7.46\,\text{kg m}^2/\text{s}^2, \text{ also } M_{ext} = \frac{\Delta L_{ges}}{\Delta t}.$$

.

Lösungen Experimentalphysik – WS03 – Version FK

<u>Lösung zu Aufgabe 4:</u>

a) Beim elastischen Stoß zwischen den beiden Massen mit $v_2 = 0$ ergibt sich

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2\,(0.5\,\text{kg})}{(0.5\,\text{kg} + 2\,\text{kg})}(-\,6\,\text{m/s}) = -\,2.4\,\text{m/s}\,.$$

b) Das Weg-Zeit-Gesetz für eine ungedämpfte harmonische Schwingung lautet

$$x(t) = x_m \cos(\omega_0\, t + \phi)\,.$$

Durch Ableitung nach der Zeit erhält man das Geschwindigkeits-Zeit und Beschleunigungs-Zeit-Gesetz.

$$v(t) = \dot{x}(t) = -x_m \omega_0 \sin(\omega_0\, t + \phi)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -x_m \omega^2{}_0 \cos(\omega_0\, t + \phi)$$

c) Die Anfangsbedingung für den Weg des Körpers m_2 zum Zeitpunkt t=0 lautet $x(0) = x_0 = 0\,\text{m}$. Eingesetzt in das Weg-Zeit-Gesetz erhält man $0 = x_m \cos(\phi)$.

Daraus folgt mit $x_m \neq 0$ daß $\cos(\phi) = 0$ und damit $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$.

Da v_0 = (- 2.4 m/s) < 0 folgt sofort, dass sin ϕ > 0 und somit ist $\phi = \frac{\pi}{2}$ die richtige physikalische Lösung.

d) Die Maximalbeschleunigung a_m erhält man aus $a_m = \frac{F_m}{m_2} = \frac{165\,\text{N}}{2\,\text{kg}} = 82.5\,\text{m/s}^2$. Mit den Ergebnissen der Teilaufgabe b) $a_m = x_m \omega^2{}_0$ und $v_0 = -x_m \omega_0$ ergibt sich dann

$$\omega_0 = -\frac{a_m}{v_0} = \frac{82.5\,\text{m/s}^2}{-\,2.4\,\text{m/s}} = 34.4\,\text{rad/s} \quad \text{und} \quad x_m = -\frac{v_0}{\omega_0} = -\frac{(-\,2.4\,\text{m/s})}{34.4\,\text{rad/s}} = 0.07\,\text{m}\,.$$

e) Das Weg-Zeit-Gesetz einer geschwindigkeits-proportional gedämpften Schwingung lautet $x(t) = x_m\, e^{-\delta t} \cos(\omega_0\, t + \phi)$. Das Verhältnis zweier Auslenkungen, die 4 Schwingungsperioden T_d auseinander liegen ist $\frac{x(t)}{x(t + 4T_d)} = e^{+\delta 4 T_d}$. Unter der Annahme schwacher Dämpfung gilt die Näherung $T_d \approx T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.183\,\text{s}$. Somit ist $\delta = -\frac{1}{4\,T_d} \ln\frac{3}{2} = 0.553\,1/\text{s}$. Mit $D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.553\,\frac{1}{s}}{34.4\,\frac{\text{rad}}{s}} = 0.016 < 0.1$ folgt, dass die Annahme $T_D \approx T_0$ (schwache Dämpfung) gerechtfertigt war.