Lösungsvorschläge zur Klausur WS 03/04 ETD1

<u>Aufgabe 1:</u> (2 Punkte)

Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des Minutenzeigers einer klassischen Analoguhr? Geben Sie das Ergebnis in rad/s an.

Der Minutenzeiger hat eine konstante Umlaufgeschwindigkeit und braucht für einen vollen Umlauf um das Zeigerblatt der Uhr 1 Stunde (nicht 1 Minute). Die Winkelgeschwindigkeit beträgt somit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{60 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 0{,}00175\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 1{,}75 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

<u>Aufgabe 2:</u> (4 Punkte)

Ein Eishockey-Puck mit einem Gewicht von $1{,}1\ \mathrm{N}$ gleitet auf dem Eis $t = 1{,}25\ \mathrm{s}$ lang, bevor er zum Stillstand kommt.

Wie groß ist die Reibungskraft zwischen Eis und Puck, wenn seine Anfangsgeschwindigkeit 0,6 m/s ist? Wie groß ist die Gleitreibungszahl?

Puck:

die Beschleunigung ist $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}6\ \mathrm{m/s}}{1{,}25\ \mathrm{s}} = 0{,}48\ \mathrm{m/s^2}$ damit ist die

Gleitreibungszahl $\mu = \frac{F_\mathrm{R}}{F_\mathrm{N}} = \frac{a}{g} = 0{,}05$ und $F_\mathrm{R} = \mu F_\mathrm{N} = 0{,}055\ \mathrm{N}$

<u>Aufgabe 3:</u> (3 Punkte)

Auf welche Höhe h ist eine Wassermenge von $6000\ \mathrm{m^3}$ zu pumpen, wenn ihre potentielle Energie um 850 kWh zunehmen soll? ($\rho_{H_2O} = 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$)

Die Änderung der potentiellen Energie ist $\Delta E_\mathrm{pot} = \Delta(m \cdot g \cdot h)$

Die Pumphöhe beträgt

$$h = \frac{850 \cdot 10^3 \cdot 3600}{9{,}81 \cdot 6000 \cdot 10^3}\ \mathrm{m} = 52\ \mathrm{m}$$

<u>Aufgabe 4:</u> (5 Punkte)

Ein Straßenbahnwagen der Masse $m_1 = 4{,}5\ \text{t}$ fährt mit $v_1 = 2\ \text{m/s}$ gegen einen ruhenden Wagen von der Masse $m_2 = 2{,}5\ \text{t}$, wobei die Kupplung sofort einklinkt. Mit welcher Geschwindigkeit v_2 fahren die beiden Wagen weiter?

Aus dem Impulserhaltungssatz erhält man für gleiche Endgeschwindigkeiten nach dem Stoß

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$$

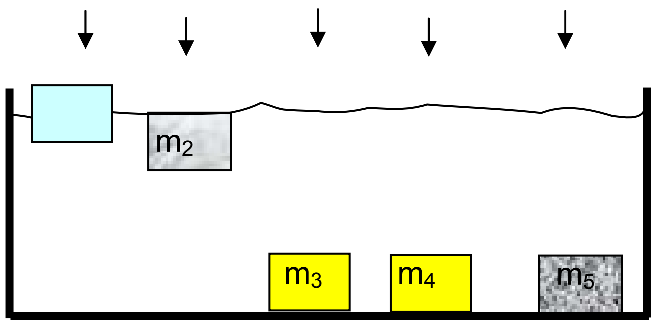
und damit

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{4{,}5 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}5 \cdot 10^3\ \text{kg} + 2{,}5 \cdot 10^3\ \text{kg}} = \frac{9}{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}29\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

<u>Aufgabe 5:</u> (4 Punkte)

Fünf gleich große Körper unterschiedlicher Masse befinden sich nebeneinander in einem Gefäß, das mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Der zweite und der fünfte Körper sind in der Skizze eingezeichnet. Zeichnen Sie die Position der übrigen 3 Körper mit in die Skizze ein und begründen Sie Ihre Entscheidung.

$m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5$



Lösungsvorschlag Aufgabe 6:

(a) Das 2. NEWTONsche Axiom in Richtung der schiefen Ebene auf den Block angewandt liefert

$$\sum_i F_i = m\,a \qquad \text{bzw.} \qquad -F_S + m\,g\,\sin\varphi = m\,a \tag{1}$$

Das 2. NEWTONsche Axiom für Drehbewegungen bezüglich der Scheibe lautet

$$\sum_i M_i = J_S\,\alpha \qquad \text{bzw.} \qquad F_S\,R = J_S\,\frac{a}{R}, \tag{2}$$

wobei die lineare Beschleunigung a des Blocks und die Winkelgeschwindigkeit α der Scheibe über die Gleichung a = α R verknüpft sind.

Aus Gl. (1) und Gl. (2) folgt nun durch eliminieren von F_S

$$a = \frac{m\,g\,\sin(\varphi)}{m + \frac{J_S}{R^2}} = \frac{(12\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m/s}^2)\,\sin 25°}{(12\,\text{kg}) + \frac{(0{,}09\,\text{kg m}^2)}{(0{,}15\,\text{m})^2}} = 3{,}11\,\text{m/s}^2$$

und

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{3{,}11\,\text{m/s}^2}{0{,}15\,\text{m}} = 2{,}07\,\text{rad/s}^2.$$

b) Der Drehimpuls L_1 der Scheibe nach Δt = 0,5 s ist L_1 = $J\,\omega$, wobei

$$\omega = \omega_0 + \alpha\,t = 0 + (2{,}07\,\text{rad/s}^2)\,(0{,}5\,\text{s}) = 1{,}04\,\text{rad/s}.$$

Somit ist

$$L_1 = (0{,}09\,\text{kg m}^2)\,(1{,}04\,\text{rad/s}) = 0{,}933\,\text{kg m}^2/\text{s}.$$

c) Der Drehimpuls L_2 des Blocks bezüglich A nach Δt = 0,5 s ist L_2 = r m v, wobei

$$v = v_0 + a\,t = 0 + (3{,}11\,\text{m/s}^2)\,(0{,}5\,\text{s}) = 1{,}56\,\text{m/s}.$$

Somit ist

$$L_2 = (0{,}15\,\text{m})\,(12\,\text{kg})(1{,}56\,\text{m/s}) = 2{,}80\,\text{kg m}^2/\text{s}.$$

d) Es gibt nur zwei äußere Kräfte, die ein äußeres Drehmoment bezüglich A auf das System ausüben. Dies sind die Gewichtskraft des Blocks und die Normalkraft N der Unterlage auf den Block (Die Wirkungslinie der Lagerkraft der Scheibe geht durch A). Da sich die Normalkomponente der Gewichtskraft und N auslöschen, bleibt nur die Hangabtriebskraft $m\,g\,\sin(\varphi)$ als Ursache für ein äußeres Drehmoment übrig. Somit ist

$$M_{ext} = (m\,g\,\sin\varphi)\,R = (12\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m/s}^2)\,\sin 25°\,(0{,}15\,\text{m}) = 7{,}46\,\text{kg m}^2/\text{s}^2.$$

Mit der Drehimpulsänderung

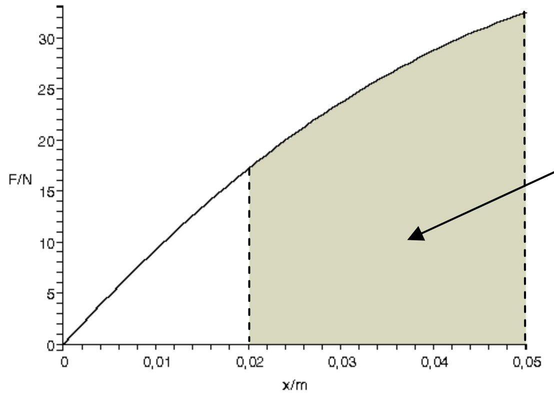
$\Delta L_{ges} = L_1 + L_2$ = 0,933 kg m^2/s + 2,80 kg m^2/s = 3,73 kg m^2/s ergibt sich für

$$\frac{\Delta L_{ges}}{\Delta t} = \frac{3{,}73\,\text{kg m}^2/\text{s}}{0{,}5\,\text{s}} = 7{,}46\,\text{kg m}^2/\text{s}^2, \text{ also } M_{ext} = \frac{\Delta L_{ges}}{\Delta t}.$$

Lösungsvorschlalg Aufgabe 7:

a) und c) Kraft als Funktion F der Auslenkung x:

$F(x) = -c_1 x + c_2 x^2$, wobei c_1 = 1 x 10^3 N/m und c_2 = 7 x 10^3 N/m^2



W = Fläche unter der Kurve

b) Die Arbeit W um den Wagen von x_1 nach x_2 zu verschieben ist somit

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F^*(x)\,\mathrm{d}x \text{ , wobei die äußere Kraft } F^*(x) = -F(x).$$

Somit ergibt sich

$$W = \int_{x_1}^{x_2} (c_1 x - c_2 x^2)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}c_1 x^2 - \frac{1}{3}c_2 x^3\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}c_1(x_2^{\,2} - x_1^{\,2}) - \frac{1}{3}c_2(x_2^{\,3} - x_1^{\,3})\,.$$

Mit den Zahlenwerten x_1 = 2 cm und x_2 = 5 cm ergibt sich

$$W = \frac{1}{2}(1 \cdot 10^3 \text{ N/m})\,[(0{,}05\text{ m})^2 - (0{,}02\text{ m})^2] - \frac{1}{3}(7 \cdot 10^3 \text{ N/m})[(0{,}05\text{ m})^3 - (0{,}02\text{ m})^3]$$

$$W = 1{,}05\text{ J} - 0{,}273\text{ J} = 0{,}78\text{ J}$$

c) Wird der Wagen nun am Ort x_2 losgelassen, so wird die gesamte potentielle Energie die jetzt in dem Gummiband gespeichert ist wieder in kinetische umgewandelt. Also

$$W = \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m\,v^2 \text{ und daraus } v = \sqrt{\frac{2\,W}{m}} = \sqrt{\frac{2\,(0{,}78\text{ J})}{(0{,}12\text{ kg})}} = 3{,}60\text{ m/s}\,.$$