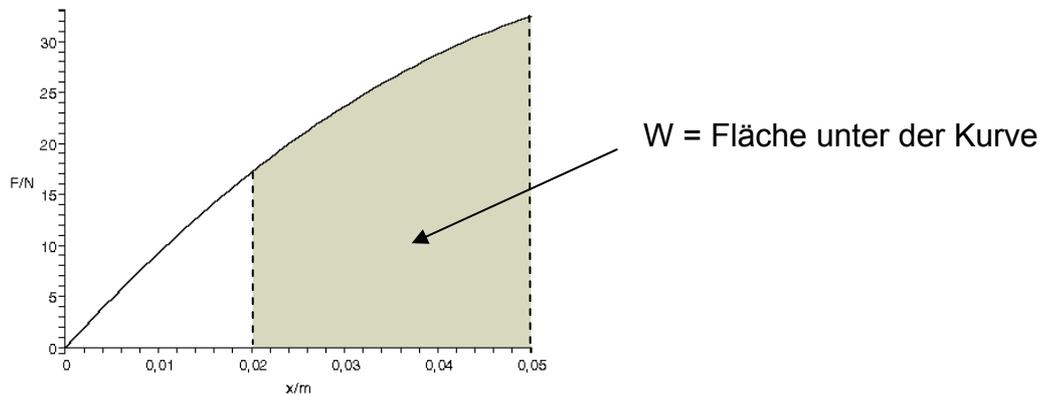


Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1:

a) und c) Kraft als Funktion F der Auslenkung x :

$$F(x) = -c_1x + c_2x^2, \text{ wobei } c_1 = 1 \times 10^3 \text{ N/m und } c_2 = 7 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$



b) Die Arbeit W um den Wagen von x_1 nach x_2 zu verschieben ist somit

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F^*(x) dx, \text{ wobei die äußere Kraft } F^*(x) = -F(x).$$

Somit ergibt sich

$$W = \int_{x_1}^{x_2} (c_1x - c_2x^2) dx = \left[\frac{1}{2}c_1x^2 - \frac{1}{3}c_2x^3 \right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}c_1(x_2^2 - x_1^2) - \frac{1}{3}c_2(x_2^3 - x_1^3).$$

Mit den Zahlenwerten $x_1 = 2 \text{ cm}$ und $x_2 = 5 \text{ cm}$ ergibt sich

$$W = \frac{1}{2}(1 \times 10^3 \text{ N/m}) [(0.05 \text{ m})^2 - (0.02 \text{ m})^2] - \frac{1}{3}(7 \times 10^3 \text{ N/m}) [(0.05 \text{ m})^3 - (0.02 \text{ m})^3]$$

$$W = 1.05 \text{ J} - 0.273 \text{ J} = 0.78 \text{ J}$$

c) Wird der Wagen nun am Ort x_2 losgelassen, so wird die gesamte potentielle Energie die jetzt in dem Gummiband gespeichert ist wieder in kinetische umgewandelt. Also

$$W = \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m v^2 \text{ und daraus } v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.78 \text{ J})}{(0.12 \text{ kg})}} = 3.60 \text{ m/s}.$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

(a) Das 2. NEWTONSche Axiom in Richtung der schiefen Ebene auf den Block angewandt liefert

$$\sum_i F_i = m a \quad \text{bzw.} \quad -F_S + m g \sin \varphi = m a \quad (1).$$

Das 2. NEWTONSche Axiom für Drehbewegungen bezüglich der Scheibe lautet

$$\sum_i M_i = J_S \alpha \quad \text{bzw.} \quad F_S R = J_S \frac{a}{R}, \quad (2)$$

wobei die lineare Beschleunigung a des Blocks und die Winkelgeschwindigkeit α der Scheibe über die Gleichung $a = \alpha R$ verknüpft sind.

Aus Gl. (1) und Gl. (2) folgt nun durch eliminieren von F_S

$$a = \frac{m g \sin(\varphi)}{m + \frac{J_S}{R^2}} = \frac{(12 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \sin 25^\circ}{(12 \text{ kg}) + \frac{(0.09 \text{ kg m}^2)}{(0.15 \text{ m})^2}} = 3.11 \text{ m/s}^2 \quad \text{und}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{3.11 \text{ m/s}^2}{0.15 \text{ m}} = 2.07 \text{ rad/s}^2.$$

b) Der Drehimpuls L_1 der Scheibe nach $\Delta t = 0.5 \text{ s}$ ist $L_1 = J \omega$, wobei

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (2.07 \text{ rad/s}^2)(0.5 \text{ s}) = 1.04 \text{ rad/s}. \quad \text{Somit ist}$$

$$L_1 = (0.09 \text{ kg m}^2)(1.04 \text{ rad/s}) = 0.933 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

c) Der Drehimpuls L_2 des Blocks bezüglich A nach $\Delta t = 0.5 \text{ s}$ ist $L_2 = r m v$, wobei

$$v = v_0 + a t = 0 + (3.11 \text{ m/s}^2)(0.5 \text{ s}) = 1.56 \text{ m/s}. \quad \text{Somit ist}$$

$$L_2 = (0.15 \text{ m})(12 \text{ kg})(1.56 \text{ m/s}) = 2.80 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

d) Es gibt nur zwei äußere Kräfte, die ein äußeres Drehmoment bezüglich A auf das System ausüben. Dies sind die Gewichtskraft des Blocks und die Normalkraft N der Unterlage auf den Block (Die Wirkungslinie der Lagerkraft der Scheibe geht durch A). Da sich die Normalkomponente der Gewichtskraft und N auslöschen, bleibt nur die Hangabtriebskraft $m g \sin(\varphi)$ als Ursache für ein äußeres Drehmoment übrig. Somit ist

$$M_{\text{ext}} = (m g \sin \varphi) R = (12 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \sin 25^\circ (0.15 \text{ m}) = 7.46 \text{ kg m}^2/\text{s}^2.$$

Mit der Drehimpulsänderung $\Delta L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 = 0.933 \text{ kg m}^2/\text{s} + 2.80 \text{ kg m}^2/\text{s} = 3.73 \text{ kg m}^2/\text{s}$ ergibt sich für

$$\frac{\Delta L_{\text{ges}}}{\Delta t} = \frac{3.73 \text{ kg m}^2/\text{s}}{0.5 \text{ s}} = 7.46 \text{ kg m}^2/\text{s}^2, \quad \text{also} \quad M_{\text{ext}} = \frac{\Delta L_{\text{ges}}}{\Delta t}.$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a) Beim elastischen Stoß zwischen den beiden Massen mit $v_2 = 0$ ergibt sich

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2(0.5 \text{ kg})}{(0.5 \text{ kg} + 2 \text{ kg})} (-6 \text{ m/s}) = -2.4 \text{ m/s}.$$

b) Das Weg-Zeit-Gesetz für eine ungedämpfte harmonische Schwingung lautet

$$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \phi).$$

Durch Ableitung nach der Zeit erhält man das Geschwindigkeits-Zeit und Beschleunigungs-Zeit-Gesetz.

$$v(t) = \dot{x}(t) = -x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -x_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

c) Die Anfangsbedingung für den Weg des Körpers m_2 zum Zeitpunkt $t=0$ lautet $x(0) = x_0 = 0 \text{ m}$. Eingesetzt in das Weg-Zeit-Gesetz erhält man $0 = x_m \cos(\phi)$.

Daraus folgt mit $x_m \neq 0$ daß $\cos(\phi) = 0$ und damit $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$.

Da $v_0 = (-2.4 \text{ m/s}) < 0$ folgt sofort, dass $\sin \phi > 0$ und somit ist $\phi = \frac{\pi}{2}$ die richtige physikalische Lösung.

d) Die Maximalbeschleunigung a_m erhält man aus $a_m = \frac{F_m}{m_2} = \frac{165 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 82.5 \text{ m/s}^2$. Mit

den Ergebnissen der Teilaufgabe b) $a_m = x_m \omega_0^2$ und $v_0 = -x_m \omega_0$ ergibt sich dann

$$\omega_0 = -\frac{a_m}{v_0} = \frac{82.5 \text{ m/s}^2}{-2.4 \text{ m/s}} = 34.4 \text{ rad/s} \text{ und } x_m = -\frac{v_0}{\omega_0} = -\frac{(-2.4 \text{ m/s})}{34.4 \text{ rad/s}} = 0.07 \text{ m}.$$

e) Das Weg-Zeit-Gesetz einer geschwindigkeits-proportional gedämpften Schwingung lautet $x(t) = x_m e^{-\delta t} \cos(\omega_0 t + \phi)$. Das Verhältnis zweier Auslenkungen,

die 4 Schwingungsperioden T_d auseinander liegen ist $\frac{x(t)}{x(t+4T_d)} = e^{+\delta 4T_d}$. Unter

der Annahme schwacher Dämpfung gilt die Näherung $T_d \approx T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.183 \text{ s}$. Somit

$$\text{ist } \delta = -\frac{1}{4 T_d} \ln \frac{3}{2} = 0.553 \text{ 1/s}. \text{ Mit } D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0.553 \frac{1}{\text{s}}}{34.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 0.016 < 0.1 \text{ folgt, dass die}$$

Annahme $T_D \approx T_0$ (schwache Dämpfung) gerechtfertigt war.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4:

a) Die abgestrahlte Energie verteilt sich gleichmäßig auf der Kugeloberfläche $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$, wobei $r =$ Abstand von der Schallquelle ist. Die Schallintensität I wird berechnet aus der Leistung P und der Fläche A mit Hilfe von $I = P/A$. Der Abstand r , den P_0 von Q_1 und von Q_2 hat, kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{(1,25\text{m})^2 + (3,50\text{m})^2} = 3,72\text{m}.$$

$$\text{Damit wird } I = \frac{10\text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (3,72\text{m})^2} = 0,0575 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Die Intensität im Punkt P_0 ist die Summe der Intensitäten, die von Q_1 und von Q_2 abgestrahlt werden, und damit $I_{\text{ges}} = 2 \cdot I = 0,115 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Hieraus berechnet sich der Schallintensitätspegel L zu

$$L = 10 \cdot \log \frac{I_{\text{ges}}}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{0,115 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 111 \text{ dB}.$$

b) Die Wege s_1 und s_2 können mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden

$$s_1 = \sqrt{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{(1,55\text{m} - 1,25\text{m})^2 + (3,50\text{m})^2} = 3,51\text{m} \text{ und}$$

$$s_2 = \sqrt{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{(1,55\text{m} + 1,25\text{m})^2 + (3,50\text{m})^2} = 4,48\text{m}.$$

Damit beträgt der Wegunterschied $s_2 - s_1 = 4,48\text{m} - 3,51\text{m} = 0,97\text{m}$.

c) Am Ort P_1 überlagern sich die beiden Wellen, die von Q_1 und von Q_2 abgestrahlt werden. Damit ein Minimum der Schallintensität auftritt, muss ihre Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ betragen. Da beide Töne phasengleich abgestrahlt werden,

ist deshalb der Wegunterschied $s_2 - s_1 = \frac{\lambda}{2}$. Für die Frequenz einer Welle gilt $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$\text{Mit } \lambda = 2 \cdot (s_2 - s_1) \text{ wird damit } f = \frac{345 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0,97\text{m}} = 178 \text{ Hz}.$$