Lösungsvorschläge zur Klausur WS 03/04 CI2

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 1:</u> (3 Punkte)

Ein Lautsprecher erzeugt mittels einer schwingenden Membran Schallwellen. Die Amplitude der Membran sei auf 1 μm beschränkt. Bei welchen Frequenzen werden Beschleunigungen hervorgerufen, die größer als *g* sind?

Für die Beschleunigung einer harmonisch schwingenden Membran gilt

$$x(\mathrm{t}) = x_\mathrm{m} \cos(\omega_0\, t + \varphi)$$

$$a(t) = \ddot{x}(\mathrm{t}) = \underbrace{-x_\mathrm{m}\omega_0^{\,2}}_{a_\mathrm{max}} \cos(\omega_0\, t + \varphi)$$

Der Maximalwert der Beschleunigung entspricht dem Vorfaktor vor der harmonischen Funktion $a_\mathrm{max} = \left|x_\mathrm{m}\omega_0^{\,2}\right|$. Für eine Beschleunigung größer als *g* gilt damit $\left|x_\mathrm{m}\omega_0^{\,2}\right| > g$.

Umgestellt erhält man für die Frequenz

$$f = \frac{|\omega_0|}{2\pi} > \frac{\sqrt{\frac{g}{x_\mathrm{m}}}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{10^{-6}\ \mathrm{m}}}}{2\pi} = 498{,}5\ \mathrm{Hz}.$$

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 2:</u> (2 Punkte)

Ebene Mikrowellen treffen auf einen langen, engen Spalt der Breite 5 cm. Das erste Beugungsminimum werde bei dem Winkel $\delta = 37^\mathrm{o}$ beobachtet. Wie groß ist die Wellenlänge der Mikrowellen?

Für die Lage der Minima (Winkel α) bei Beugung am Spalt gilt für eine Spaltbreite *b* und die Beugungsordnung *m*

$$\sin\alpha = \pm m \cdot \frac{\lambda}{b}.$$

Umgestellt erhält man für die 1. Beugungsordnung mit $m = 1$ die Wellenlänge

$$\lambda = \sin\delta \cdot b = \sin 37° \cdot 0{,}05\ \mathrm{m} = 0{,}0274\ \mathrm{m}.$$

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 3:</u>

a) Am Ort P_1 überlagern sich die beiden Wellen, die von Q_1 und von Q_2 abgestrahlt werden. Damit ein Minimum der Schallintensität auftritt, muss ihre Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ betragen. Da beide Töne phasengleich abgestrahlt werden, muss für den Wegunterschied gelten

$$s_2 - s_1 = \frac{\lambda}{2}.$$

Die Wege s_1 und s_2 können mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden

$$s_1 = \sqrt{(y - \frac{d}{2})^2 + a^2} = \sqrt{(1{,}55\,\text{m} - 1{,}25\,\text{m})^2 + (3{,}50\,\text{m})^2} = 3{,}51\,\text{m}$$

und

$$s_2 = \sqrt{(y + \frac{d}{2})^2 + a^2} = \sqrt{(1{,}55\,\text{m} + 1{,}25\,\text{m})^2 + (3{,}50\,\text{m})^2} = 4{,}48\,\text{m}.$$

Damit beträgt der Wegunterschied $s_2 - s_1 = 4{,}48\,\text{m} - 3{,}51\,\text{m} = 0{,}97\,\text{m}$.

b) Für die Frequenz einer Welle gilt $f = \frac{c}{\lambda}$.

Mit $\lambda = 2 \cdot (s_2 - s_1)$ wird damit

$$f = \frac{345\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0{,}97\,\text{m}} = 178\,\text{Hz}.$$

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 4:</u>

a) Beim *elastischen* Stoß ohne Reibung gelten Energie- *und* Impulserhaltungssatz. Sind die beiden Massen m_1 und m_2 zweier Körper und ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoß v_1 und v_2 bekannt, so erhält man für die Geschwindigkeit u_2 nach dem Stoß:

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$

Einsetzt ergibt sich $u_2 = -2{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Das Weg-Zeit-Gesetz für eine ungedämpfte harmonische Schwingung lautet

$$x(\text{t}) = x_\text{m} \cos(\omega_0\, t + \varphi)$$

Durch Ableitung nach der Zeit erhält man das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$v(t) = \dot{x}(t) = -x_\text{m}\omega_0 \sin(\omega_0\, t + \varphi).$$

Erneute Ableitung nach der Zeit ergibt das Beschleunigungs-Zeit-Gesetz

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -x_\text{m}\omega_0{}^2 \cos(\omega_0\, t + \varphi).$$

c) Die Anfangsbedingung für den Weg des Körpers m_2 zum Zeitpunkt $t = 0$ lautet

$$x(0) = x_0 = 0\,\text{m}.$$

Eingesetzt in das Weg-Zeit-Gesetz erhält man

$$0\,\text{m} = x_\text{m} \cos(\varphi).$$

Daraus folgt mit $x_\text{m} \neq 0$, $\cos(\varphi) = 0$ und damit $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$.

Das Vorzeichen von φ ergibt sich aus dem Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz mit der Anfangsbedingung

$$v(0) = u_2 = -2{,}4\ \frac{m}{s} = -x_m \omega_0 \sin(\varphi)$$

für $\omega_0 > 0$, $|x_m| > 0$ als positiv $\varphi = +\frac{\pi}{2}$.

d) Mit der Anfangsbedingung $v(0) = u_2 = -2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und der Federkraft

$$F_\mathrm{m} = 165\ \mathrm{N} \text{ für } x(\mathrm{t}) = -x_\mathrm{m}$$

wird die maximale Beschleunigung mit $F(t) = m \cdot a(t)$

$$a_\mathrm{m} = \frac{F_\mathrm{m}}{m_2} = \frac{165\ \mathrm{N}}{2\ \mathrm{kg}} = 82{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Eingesetzt in das Geschwindigkeits-Zeit Gesetz erhält man

$$-2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -x_\mathrm{m}\omega_0 \sin(\frac{\pi}{2}) \text{ und damit } \omega_0 = \frac{2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{x_\mathrm{m}} \quad (1).$$

Die maximale Beschleunigung ist gleich dem Vorfaktor der Cosinus-Funktion

$$a_\mathrm{m} = -x_\mathrm{m}\omega_0{}^2 = 82{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Umgestellt erhält man $\omega_0{}^2 = \dfrac{82{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{-x_\mathrm{m}}$ (2).

Einsetzen von (1) in (2) ergibt

$$\left(\frac{2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{x_\mathrm{m}}\right)^2 = \frac{82{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{-x_\mathrm{m}}$$

und daraus folgt

$$x_\mathrm{m} = -0{,}00689\ \mathrm{m} \text{ und } \omega_0 = 34{,}4\ \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

e) Das Weg-Zeit-Gestz der gedämpften Schwingung lautet

$$x(\mathrm{t}) = x_\mathrm{m}\, \mathrm{e}^{-\delta \mathrm{t}} \cos(\omega_0\, t + \varphi).$$

Das Verhältnis zweier Auslenkungen, die 4 Schwingungsperioden T_D auseinander liegen, ist

$$\frac{x(t)}{x(t + 4T_\mathrm{D})} = \mathrm{e}^{+\delta 4 T_\mathrm{D}} \quad \text{und für } t = 0$$

$$\frac{x(0)}{x(4T_\mathrm{D})} = \frac{3}{2} = \mathrm{e}^{+\delta \cdot 4 \cdot T_\mathrm{D}}$$

Unter der Annahme einer schwachen Dämpfung gilt die Näherung $\mathrm{T_D} \approx \mathrm{T_0} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}183\ \mathrm{s}$

damit $\ln(\frac{3}{2}) = \delta \cdot 4 \cdot 0{,}732\ \text{s}$ und $\delta = 0{,}553\ \frac{1}{\text{s}}$.

Für eine schwache Dämpfung ist $D < 0{,}1$. Mit den obigen Werten errechnet man

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{0{,}138\ \frac{1}{\text{s}}}{8{,}58\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}016\,.$$

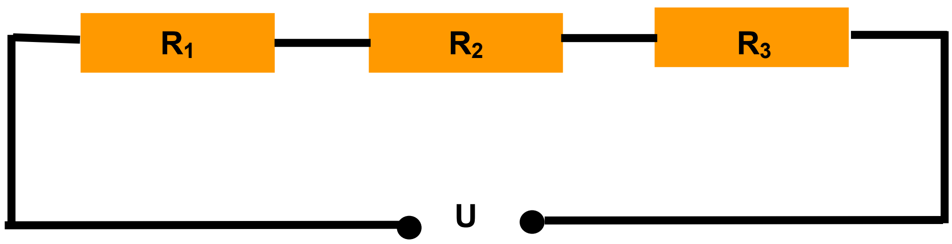
Es handelt sich somit um eine schwache Dämpfung und die Annahme $T_\text{D} \approx T_0$ war gerechtfertigt.

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 5:</u> <u>(6 Punkte)</u>

Im unten skizzierten Stromkreis liegt eine Spannung von $U = 4{,}5\ \text{V}$ an den Kontakten an.

a) Wie groß ist der Spannungsabfall am Widerstand R_3, wenn R_2 und R_3 beide gleich groß, aber doppelt so groß wie R_1 sind?

b) Wie groß muss R_3 sein, damit der Strom durch diesen Widerstand $I = 1\ \text{A}$ beträgt?



a) Da der Stromkreis aus einer einzigen Masche besteht, fließt der Gesamtstrom I und es gilt nach der Maschenregel

$$U_\text{Batt} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I = R_\text{ges} \cdot I$$

Mit $R_2 = R_3 = 2R_1$ ist $R_\text{ges} = R_1 + 2 \cdot R_1 + 2 \cdot R_1 = 5 \cdot R_1$

Damit gilt $U_\text{Batt} = 5 \cdot R_1 \cdot I$ und der Spannungsabfall am Widerstand R_1 wird

$$R_1 \cdot I = \frac{U_\text{Batt}}{5} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{5} = 0{,}9\ \text{V}$$

Der Spannungsabfall am Widerstand R_3 ist doppelt so groß und damit $U_{R_3} = 1{,}8\ \text{V}$.

b) Der Strom durch den Widerstand R_3 beträgt 1 A. Damit wird

$$R_3 = \frac{U_{R_3}}{I} = \frac{1{,}8\ V}{1 A} = 1{,}8\ \Omega\,.$$

Lösungsvorschlag Aufgabe 6:

Vorbetrachtung: Der atomare Aufbau der Materie

Ein Atom besteht aus dem Atomkern (Protonen und Neutronen) und der Atomhülle (Elektronen). Für einen elektrischen Leiter liegen im Festkörper positiv geladene Ionenrümpfe vor, die auf den Gitterplätzen sitzen; dazu kommen frei bewegliche, dem Kollektiv zugeordnete Elektronen, die für die gute elektrische Leitfähigkeit verantwortlich sind. Die Zahl der positiven Ladungsträger (d.h. die Anzahl der Protonen) ist wegen der elektrischen Neutralität gleich der der negativen Ladungsträger (d.h. der Zahl der Elektronen).

Für ein elektrisch neutrales Atom gilt:

positive elektrische Ladung des Atomkerns (Gesamtladung der Protonen)

= negative elektrische Ladung der Atomhülle (Gesamtladung der Elektronen).

Die Ladung ergibt sich aus der Ordnungszahl Z eines Elementes im periodischen System der Elemente.

Die Ordnungszahl Z ist gleich der Kernladungszahl. Sie gibt die Anzahl der Protonen im Atomkern bzw. die Anzahl der Elektronen in der Atomhülle (für das neutrale Atom) an.

Anzahl der Protonen = Anzahl der Elektronen.

Die elektrische Elementarladung hat den Betrag $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{A\,s}$; das Vorzeichen ist für Protonen positiv, für Elektronen negativ.

Die elektrische Ladung eines einzelnen Kupfer-Atoms

Die positive bzw. negative Ladung eines einzelnen Atoms ergibt sich aus der Ordnungszahl und der Elementarladung zu

$$Q = \left| Q_{\mathrm{pos}}^{+} \right| = \left| Q_{\mathrm{neg}}^{-} \right| = Z \cdot e$$

$$= 29 \cdot e = 29 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{A\,s} = 4{,}64 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{A\,s}$$

Um die Gesamtladung positiven bzw. negativen Vorzeichens der Münze zu bestimmen, muss die Anzahl N der Cu-Atome in der Münze der Masse m bestimmt werden.

Bestimmung der Anzahl *N* der Atome in der Münze

Es ist	n:	die Anzahl der Mole Kupfer in der Münze
	$m(\mathrm{Cu})$:	die Gesamtmasse der Münze
	N:	die Anzahl der Kupfer-Atome in der Münze
	$M(\mathrm{Cu})$:	die molare Masse von Kupfer

Die Zahl der Atome N entspricht der Anzahl der Mole $n = \dfrac{m(\mathrm{Cu})}{M(\mathrm{Cu})}$ multipliziert mit der Zahl der Atome pro Mol

$$N = n \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} = \frac{m(\mathrm{Cu})}{M(\mathrm{Cu})} \cdot 6 \cdot 10^{23} = \frac{0{,}0031\,\mathrm{kg}}{0{,}063\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} = 2{,}95 \cdot 10^{22}\ \text{Atome}.$$

Berechnung der Gesamtladung der Münze

Für ein neutrales Einzelatom sind betragsmäßig die positiven bzw. negativen Ladungen $\left|Q_{\text{pos}}^{+}\right|$ bzw. $\left|Q_{\text{neg}}^{-}\right|$ gleich groß.

Der Betrag der elektrischen Ladung eines Vorzeichens wird damit

$$Q_{\text{Ges}} = N \cdot Q = N \cdot Z \cdot e = 2{,}95 \cdot 10^{22} \cdot 4{,}64 \cdot 10^{-18}\ \text{A s}$$
$$= 1{,}37 \cdot 10^{5}\ \text{A s}$$

Kraftwirkung zwischen elektrischen Punktladungen:

Nach dem schwierigen Verbringen der Elektronen auf den Mond haben wir folgendes System zu betrachten:

Zwei elektrische Punktladungen befinden sich im Abstand Erde-Mond. Punktladungen deshalb, weil die räumliche Ausdehnung der Ladungen gegen den Abstand Erde-Mond mehr als vernachlässigbar ist. Dabei hat man allerdings das Problem unterschlagen, die jeweils 29 Elementarladungen eines Vorzeichen zusammen zu halten; stoßen sich doch gleichnamige Ladungen ab.

Das <u>Vorzeichen</u> der Kraftwirkung ergibt sich aus dem Vorzeichen der Ladungen: die elektrostatische Kraft zwischen ungleichnamigen Ladungen ist anziehend.

Der <u>Betrag</u> der elektrostatischen Kraft ergibt sich aus dem COULOMBschen Gesetz in seiner skalaren Schreibweise.

$$F_{\text{el}} = a \frac{Q_1\, Q_2}{{r_{12}}^2}$$

Dabei ist a die COULOMBsche Konstante; ihre experimentelle Bestimmung liefert

$$a = 9{,}0 \cdot 10^{9}\ \text{Nm}^2 (\text{A s})^{-2}$$

Die Beträge der beiden Punktladungen für das beschrieben Szenario sind nach Teilaufgabe

(a) $\left|{Q_1}^{+}\right| = \left|{Q_2}^{-}\right| = Q_{\text{Ges}} = 1{,}36 \cdot 10^{5}\ \text{A s}$

Der Abstand der beiden Ladungen ist der (mittlere) Abstand Erde-Mond

$$r_{12} = r_{\text{EM}} = 3{,}8 \cdot 10^{8}\,\text{m}$$

Damit ergibt sich der Betrag der elektrostatischen Kraft

$$F_{\text{el}} = 9{,}0 \cdot 10^{9}\ \text{N m}^2\ (\text{A s})^{-2}\ \frac{(1{,}36 \cdot 10^{5}\,\text{A s})^2}{(3{,}8 \cdot 10^{8}\,\text{m})^2} = 1{,}15 \cdot 10^{3}\,\text{N}$$
$$= 1150\ \text{N}$$

(c) Vergleich der Kraftwirkung dieser weit voneinander entfernten elektrischen Ladungen mit der Gravitationskraft, die an der Erdoberfläche auf Ihren Körper wirkt.

$$F_{\text{Grav}} = m\, g$$

Eine Abschätzung mit

$m = 70\ \text{kg}$ und $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ergibt

$$F_{\text{Grav}} \approx 700\ \text{N}$$

Diese Kraft ist kleiner als die COULOMBsche Kraft zwischen 29 Elementarladungen im Abstand Erde-Mond!!

Lösungsvorschlag Aufgabe 7:

(a) Das Wasser hat am Anfang eine Temperatur von 10,2 °C, die zugehörige Wärmekapazität wird aus dem Diagramm als $c_{\text{kalt}} = (4{,}195 \pm 0{,}002)\ \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ abgelesen. Am Ende hat das Wasser eine Mischtemperatur von 35,5 °C, die Wärmekapazität hier beträgt $c_{\text{misch}} = (4{,}179 \pm 0{,}002)\ \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$. Als Abschätzung kann man z. B. den Mittelwert $\bar{c}_{\text{mittel}} = (4{,}182 \pm 0{,}004)\ \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ benutzen. Die gesamte benötigte spezifische Wärmemenge $c(T)\Delta T$ entspricht genau der Fläche unter der Kurve zwischen diesen beiden Temperaturen (gestrichelter Bereich).

Die Abschätzung ergibt $\bar{c}_{\text{mittel}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} = 4{,}182\ \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 25{,}1\,\text{K} = 105{,}0\ \frac{\text{J}}{\text{g}}$.

Der Fehler beträgt

$$\Delta(\bar{c}_{\text{mittel}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}}) = \bar{c}_{\text{mittel}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \left(\frac{0{,}004}{4{,}182} + \frac{0{,}2}{25{,}1}\right) = 104{,}9682 \cdot 0{,}0089246\ \frac{\text{J}}{\text{g}} = 0{,}9368\ \frac{\text{J}}{\text{g}} \approx 0{,}9\ \frac{\text{J}}{\text{g}}.$$

Damit folgt als Ergebnis: $\bar{c}_{\text{mittel}} \cdot \Delta T = (105{,}0 \pm 0{,}9)\ \frac{\text{J}}{\text{g}}$.

(b) Aus dem Energieerhaltungssatz folgt $Q_{\text{ab}} = Q_{\text{zu}}$ und damit

$$C_{\text{Kal}} \cdot (T_{\text{misch}} - T_{\text{kalt}}) + \bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot m_{\text{Wasser}} \cdot (T_{\text{misch}} - T_{\text{kalt}}) = c_{\text{Alu}} \cdot m_{\text{Alu}} \cdot (T_{\text{heiss}} - T_{\text{misch}})$$

Die spezifische Wärmekapazität von Aluminium mit $\Delta T_{\text{kalt}} = (T_{\text{misch}} - T_{\text{kalt}})$ und $\Delta T_{\text{heiss}} = (T_{\text{heiss}} - T_{\text{misch}})$ ist damit

$$c_{\text{Alu}} = \frac{C_{\text{Kal}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} + \bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \cdot m_{\text{Wasser}}}{m_{\text{Alu}} \cdot \Delta T_{\text{heiss}}} = \frac{0{,}31\ \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 25{,}1\,\text{K} + 105{,}0\ \frac{\text{J}}{\text{g}} \cdot 191{,}9\,\text{g}}{892\,\text{g} \cdot 25{,}4\,\text{K}}$$

$$= 0{,}890\ \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}.$$

Fehlerrechnung (nur Größtfehler):
Fehler der Temperaturdifferenzen ΔT_{kalt} und ΔT_{heiss}

$$\Delta(\Delta T_{\text{kalt}}) = \Delta(\Delta T_{\text{heiss}}) = 0{,}1\,\text{K} + 0{,}1\,\text{K} = 0{,}2\,\text{K}$$

Zähler:

- Fehler von $C_{\text{Kal}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}}$ (1. Summand):

$$\Delta(C_{\text{Kal}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}}) = 0{,}31\,\frac{\text{J}}{\text{K}}\,25{,}1\,\text{K}\left(\frac{0{,}02}{0{,}31} + \frac{0{,}2}{25{,}1}\right) = 0{,}564\,\text{J} \approx 0{,}6\,\text{J}$$

- Fehler von $\bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \cdot m_{\text{Wasser}}$ (2. Summand):

$$\Delta(\bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \cdot m_{\text{Wasser}}) = 105{,}0\,\frac{\text{J}}{\text{g}} \cdot 191{,}9\,\text{g}\left(\frac{0{,}9}{105{,}0} + \frac{0{,}1}{191{,}9}\right) = 183{,}21\,\text{J} \approx 200\,\text{J}$$

- Fehler von $C_{\text{Kal}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} + \bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \cdot m_{\text{Wasser}}$ (gesamter Zähler):

$$\Delta(C_{\text{Kal}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} + \bar{c}_{\text{Wasser}} \cdot \Delta T_{\text{kalt}} \cdot m_{\text{Wasser}}) = 0{,}6\,\text{J} + 200\,\text{J} = 206\,\text{J} \approx 200\,\text{J}$$

Nenner:

- Fehler von $m_{\text{Alu}} \cdot \Delta T_{\text{heiss}}$:

$$\Delta(m_{\text{Alu}} \cdot \Delta T_{\text{heiss}}) = 892\,\text{g} \cdot 25{,}4\,\text{K}\left(\frac{1}{892} + \frac{0{,}2}{25{,}4}\right) = 203{,}8\,\text{g}\cdot\text{K} \approx 200\,\text{g}\cdot\text{K}$$

Damit erhält man für den Fehler von c_{Alu}:

$$\Delta c_{\text{Alu}} = 0{,}890\,\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}\left(\frac{200}{20157} + \frac{200}{22657}\right) = 0{,}0167\,\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}} \approx 0{,}02\,\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$$

Das Ergebnis der spezifischen Wärmekapazität lautet

$$c_{\text{Alu}} = (0{,}89 \pm 0{,}02)\,\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$$

Umrechnung auf molare Größen:

Mit $M_{\text{Alu}} = (27{,}0 \pm 0{,}1)\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ist 1g Aluminium $\frac{1}{27}\,\text{mol}$ und damit wird die molare Wärmekapazität von Aluminium

$$C_{\text{Alu}} = 0{,}890 \cdot 27\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} = 23{,}9\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

Fehlerrechnung:

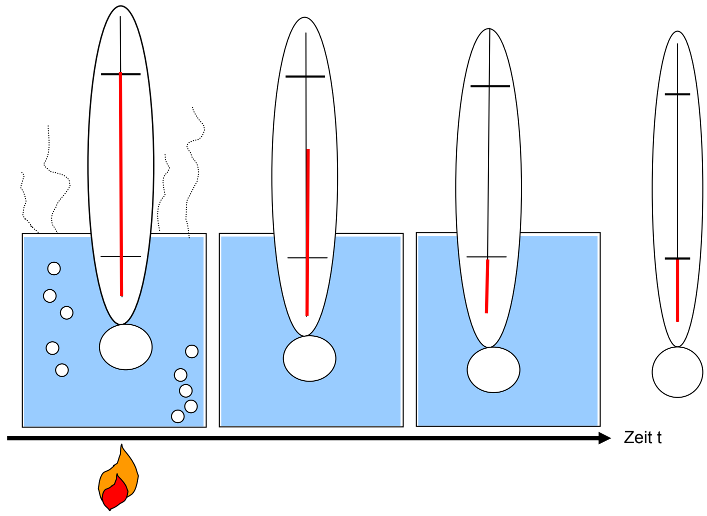
$$\Delta(C_{\text{Alu}}) = 0{,}890 \cdot 27\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\left(\frac{0{,}02}{0{,}890} + \frac{0{,}1}{27}\right) = 0{,}626\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \approx 0{,}6\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

Das Ergebnis für die molare Wärmekapazität lautet $C_{\text{Alu}} = (23{,}9 \pm 0{,}6)\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$.

(c) Der Literaturwert der molaren Wärmekapazität von $C_{\text{Alu}} = (24{,}4 \pm 0{,}1)\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ liegt innerhalb des Fehlerintervalls der Messung; beide Werte stimmen daher überein.

<u>Lösungsvorschlag Aufgabe 8:</u>

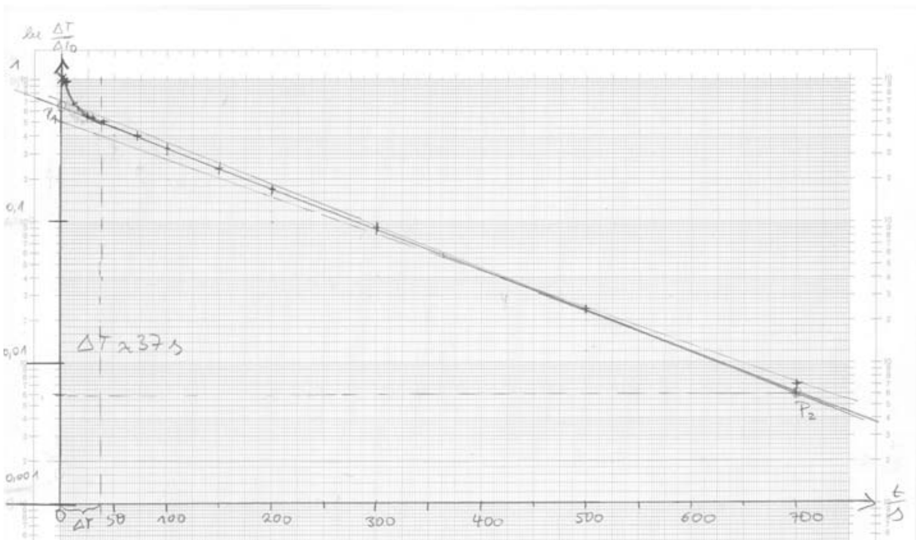
Skizze zum Experiment:



Die linken drei Thermometer messen die jeweilige Wassertemperatur nach einer gewissen Zeit.
Das rechte Thermometer mißt die Umgebungstemperatur. Man sieht, daß nach einer endlichen Zeit das Wasser die Umgebungstemperatur annimmt und nicht weiter abkühlt.
Dies passiert laut Tabelle nach 1400 s. Die Umgebungstemperatur beträgt somit

$\vartheta_{\text{Umgebung}} = 26\ {}^{o}\text{C}$

a)



(b) Das Newtonsche Abkühlungsgesetz gilt in dem Zeitbereich, in dem die halblogarithmische Darstellung linear mit der Zeit verläuft, also durch eine Gerade dargestellt werden kann. Eine Abweichung vom linearen Verlauf zeigt sich zu Beginn der Messung im Zeitintervall von 0 s bis ca. 37 s.
Es gilt daher für eine Temperaturdifferenz bis maximal 40 K zur Umgebungstemperatur.

(c)Aus dem Newtonschen Abkühlungsgesetz $\Delta T = \Delta T_0\, e^{-kt}$ erhält man durch Logarithmieren

$$\ln(\frac{\Delta T}{\Delta T_0}) = -kt$$

Die Konstante *k* entspricht daher dem Wert der Steigung der Geraden im halblogarithmischen Diagramm.

Die Steigung der Geraden wird aus dem Steigungsdreieck und den beiden Wertepaaren P_1(ln 0,65, 0 s) und P_2 (ln 0,006, 700 s) berechnet

$$k = -\frac{\ln(0{,}65) - \ln(0{,}006)}{0\text{ s} - 700\text{ s}} = 0{,}0067\,\frac{1}{\text{s}} = 6{,}7 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}}$$

Zur Berechnung des Fehlers von *k* werden zusätzlich die Steigungen der beiden Geraden mit minimaler und mit maximaler Steigung berechnet.

$$k_{\min} = -\frac{\ln(0{,}5) - \ln(0{,}0059)}{0\text{ s} - 700\text{ s}} = 0{,}00673\,\frac{1}{\text{s}} = 6{,}73 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}}$$

$$k_{\max} = -\frac{\ln(0{,}7) - \ln(0{,}0073)}{0\text{ s} - 700\text{ s}} = 0{,}0065\,\frac{1}{\text{s}} = 6{,}50 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}}.$$

Damit wird $\Delta k = \dfrac{6{,}73 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}} - 6{,}50 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}}}{2} = 0{,}115 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}} \approx 0{,}1 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{s}}$

Das Ergebnis für die Materialkonstante *k* lautet

$$k = (6{,}7 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}1 \cdot 10^{-3})\,\frac{1}{\text{s}}$$