Aufgabe 1 (6 Punkte) - Lösung

Die abgeleiteten SI-Einheiten der in die Beziehung für die Viskosität η eingehenden physikalischen Größen sind

Kraft	$[F] = 1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$
Geschwindigkeitsgefälle	$[\frac{dv}{dx}] = \frac{[\text{Geschwindigkeit}]}{[\text{Abstand}]} = \frac{1\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{1\,\mathrm{m}} = 1\,\mathrm{s^{-1}}$
Fläche	$[A] = 1\,\mathrm{m^2}$
Dichte	$[\rho] = 1\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$

Eingesetzt in die obigen Beziehungen erhält man

$$\eta = \frac{F_R}{A \cdot \frac{dv}{dx}} \qquad \text{abgeleitete SI-Einheit} \qquad [\eta] = \frac{[F_R]}{[A]\cdot[\frac{dv}{dx}]} = \frac{1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}}{1\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}} = 1\,\frac{\mathrm{kg\,s^{-1}}}{\mathrm{m}}$$

und

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \qquad \text{abgeleitete SI-Einheit} \qquad [\nu] = \frac{[\eta]}{[\rho]} = \frac{1\,\mathrm{kg\,s^{-1}}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}} = 1\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$$

Aufgabe 2 (10 Punkte) - Lösung

(a) Die Dichte eines homogenen Körpers bestimmt sich aus seiner (Gesamt)Masse und seinem (Gesamt)Volumen

Damit wird die Dichte der Legierung

$$\rho = \frac{m_{\text{Münze}}}{V_{\text{Münze}}}$$

Das Volumen der Münze ergibt sich aus Grundfläche (Kreisfläche) und Dicke zu

$$V_{\text{Münze}} = \pi \cdot (\frac{D}{2})^2 \cdot d = \pi \cdot (\frac{3{,}250\ \mathrm{cm}}{2})^2 \cdot 0{,}210\ \mathrm{cm} = 1{,}742\ \mathrm{cm^3}$$

damit wird die Dichte

$$\rho = \frac{m_{\text{Münze}}}{V_{\text{Münze}}} = \frac{18{,}00\ \mathrm{g}}{1{,}742\ \mathrm{cm^3}} = 10{,}33\ \mathrm{g\,cm^{-3}} = 10{,}33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (10^{-2}\ \mathrm{m})^{-3}$$

$$= 10{,}33 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$$

zum Vergleich die Tabellenwerte für die reinen Metalle

- Dichte Silber $\rho(\mathrm{Ag}) = 10{,}50\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$
- Dichte Kupfer $\rho(\mathrm{Cu}) = 8{,}96\ \mathrm{g\,cm^{-3}}$

(b) Masse des Silberanteils $m(\mathrm{Ag}) = \frac{925}{1000} 18{,}00\ \mathrm{g} = 16{,}65\ \mathrm{g}$

Masse des Kupferanteils $m(\mathrm{Cu}) = \frac{75}{1000} 18{,}00\ \mathrm{g} = 1{,}35\ \mathrm{g}$

Die Molaren Massen sind

- $M(\text{Ag}) = 107{,}868\ \text{gmol}^{-1}$
- $M(\text{Cu}) = 63{,}546\ \text{gmol}^{-1}$

Die Anzahl der Atome erhält man aus der Definition der Teilchenmenge n

$$n = \frac{N}{N_\text{A}} = \frac{m}{M} \qquad \text{zu} \qquad N = \frac{m}{M} \cdot N_\text{A}$$

Damit erhält man für die Anzahl der Silber- bzw. Kupferatome in der Münze

$$N(\text{Ag}) = \frac{m(\text{Ag})}{M(\text{Ag})} \cdot N_\text{A} = \frac{16{,}65\ \text{g}}{107{,}9\ \text{gmol}^{-1}} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

$$= 154{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 929 \cdot 10^{20} = 9{,}29 \cdot 10^{22}$$

und

$$N(\text{Cu}) = \frac{m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})} \cdot N_\text{A} = \frac{1{,}35\ \text{g}}{63{,}55\ \text{gmol}^{-1}} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

$$= 21{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 128 \cdot 10^{20} = 1{,}28 \cdot 10^{22}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte) - Lösung

Vorüberlegung

- Da der stoßende Körper seine Geschwindigkeitsrichtung nicht ändert, liegt ein zentraler, gerader Stoß vor.
- Außerdem soll der Stoß vollständig elastisch erfolgen, damit sind die kinetischen Energien der Stoßpartner vor und nach dem Stoß gleich.

Aufstellung der Erhaltungssätze für Impuls und Energie für eine Koordinatenrichtung liefert allgemein

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

und

$$\frac{1}{2} m_1 {v_1}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_2}^2 = \frac{1}{2} m_1 {u_1}^2 + \frac{1}{2} m_2 {u_2}^2$$

- Weil der stoßende Körper seine Bewegungsrichtung beim Zusammenstoß nicht ändert, muss er eine größere Masse haben als der gestoßene Körper – Stoß eines "schweren Körpers" auf einen "leichten Körper".

Lösungsalternative 1

Aus den beiden Gleichungen für Impuls und Energie ergeben sich für einen vollständig elastischen, zentralen, geraden Stoß die allgemeinen Beziehungen für die Endgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von den Anfangsgeschwindigkeiten

$$u_1 = \frac{1}{m_1 + m_2} \{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2\} \qquad u_2 = \frac{1}{m_1 + m_2} \{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1\}$$

speziell mit $v_2 = 0$ und $u_1 = \frac{1}{4} v_1$ wird aus der ersten Gleichung

$$4v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$4m_1 + 4m_2 = m_1 - m_2$$

$$m_2 = \frac{3}{5} m_1$$

Die zweite Gleichung liefert

$$u_2 = \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot (2m_1 v_1) = \frac{1}{m_1 + \frac{3}{5} m_1} \cdot (2m_1 v_1) = \frac{5}{8} \cdot 2v_1 = \frac{5}{4} \cdot v_1$$

Lösungsalternative 2

Direktes Einsetzen der speziellen Bedingungen $v_2 = 0$ und $u_1 = \frac{v_1}{4}$ in die beiden Gleichungen für Erhaltung des Impulses und der kinetischen Energien liefert

Impulssatz

$$m_1 v_1 = m_1 \frac{v_1}{4} + m_2 u_2$$

$$m_2 u_2 = m_1 (1 - \frac{1}{4}) v_1$$

$$u_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot v_1$$

Energiesatz

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\frac{v_1}{4})^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$ mit dem Ergebnis aus dem Impulssatz

$$m_1 v_1^2 = m_1 \cdot \frac{v_1^2}{16} + m_2 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{m_1^2}{m_2^2} \cdot v_1^2$$

oder

$$1 = \frac{1}{16} + \frac{9}{16} \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{15}{16} \cdot \frac{m_2}{m_1} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Damit wird die Endgeschwindigkeit von Körper ‘2‘

$$u_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot v_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} \cdot v_1 = \frac{5}{4} \cdot v_1$$

Lösungsalternative 3

Für die Relativgeschwindigkeiten der Körper vor und nach dem Stöß gilt beim geraden, zentralen, elastischen Stoß:

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1$$

(diese Beziehung erhält implizit den Energieerhaltungssatz, sie ist ein Zwischenergebnis auf dem Weg zur Berechnung der Endgeschwindigkeiten)

Mit den speziellen Bedingungen

$$v_2 = 0 \qquad \text{und} \qquad u_1 = \frac{1}{4} v_1$$

wird daraus

$$4u_1 - 0 = u_2 - u_1$$

$$u_2 = 5u_1$$

und schließlich

$$u_2 = 5 \cdot \frac{1}{4} v_1$$

Der Impulserhaltungssatz liefert mit diesen Bedingungen für das Massenverhältnis

$$m_1 4u_1 + 0 = m_1 u_1 + m_2 5u_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(4-1)u_1}{5u_1} = \frac{3}{5}$$

Aufgabe 4 (16 Punkte) - Lösung

(a) Die Stoffmenge n lässt sich aus Masse m und Molarer Masse M darstellen als

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M\,(H_2)}}$$

mit der Molaren Masse für Wasserstoff

$$M(\mathrm{H_2}) = 2{,}0\ \mathrm{gmol^{-1}}$$

wird die Stoffmenge

$$n = \frac{m}{M(\mathrm{H_2})} = \frac{1{,}4\ \mathrm{g}}{2{,}0\ \mathrm{gmol^{-1}}} = 0{,}70\ \mathrm{mol}$$

(b) Die Anfangstemperatur $\vartheta_1 = 27\ ^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$ entspricht einer absoluten Temperatur von $T_1 = 300\ \mathrm{K}$. Für den Zustand '1' ergibt sich aus der Zustandsgleichung idealer Gase das eingenommene Volumen zu

$$V_1 = \frac{n R_\mathrm{m} T_1}{p_1} = \frac{0{,}7\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}31\ \mathrm{Jmol^{-1} K^{-1}} \cdot (273+27)\ \mathrm{K}}{10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}}$$

$$= 17{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

(c) Änderung der Inneren Energie bei der Kompression '1'$\rightarrow$'2'

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

Bei der Kompression wird dem Gas Arbeit *zugeführt* $\qquad W_{12} = +4{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$

Bei der Abkühlung wird dem Gas Wärme *entzogen* $Q_{12} = -1{,}0 \cdot 10^3$ J

Insgesamt wird die Änderung der Inneren Energie

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

$$= -1{,}0 \cdot 10^3 \text{ J} + 4{,}0 \cdot 10^3 \text{ J} = 3{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Die Änderung ΔU der Inneren Energie U hängt nur von der Temperaturdifferenz $\Delta T = (T_2 - T_1)$ ab

Für die Änderung der Inneren Energie gilt

$$\Delta U = n C_{\text{mv}} (T_2 - T_1)$$

oder

$$T_2 = \frac{\Delta U}{n C_{\text{mv}}} + T_1$$

Die molare isochore Wärmekapazität ergibt sich aus der Anzahl der Freiheitsgrade f_{ges} des Wasserstoffmoleküls (zweiatomige, starre Hantel)

$$f_{\text{ges}} = f_{\text{trans}} + f_{\text{rot}} = 3 + 2 = 5$$

zu

$$C_{\text{mv}}(\text{H}_2) = \frac{5}{2} R_{\text{m}}$$

damit bestimmt sich die Temperatur T_2 zu

$$T_2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ J}}{5 \cdot 0{,}7 \text{ mol} \cdot 8{,}31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}} + 300 \text{ K}$$

$$= 206 \text{ K} + 300 \text{ K} = 506 \text{ K}$$

(d) Die Zustandsgleichung idealer Gase liefert für ein geschlossenes System

$$\frac{pV}{T} = \text{const.}$$

angewandt auf die Zustände '1' und '2'

$$p_2 = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} p_1$$

$$p_2 = \frac{17{,}5 \text{ dm}^3 \cdot 506 \text{ K}}{3{,}05 \text{ dm}^3 \cdot 300 \text{ K}} 1{,}0 \text{ bar} = 9{,}65 \text{ bar}$$

Alternativer Lösungsweg: Zustandsgleichung für den Zustand '2' anschreiben und die Teilergebnisse von (a) und (c) benutzen.

$$p_2 = \frac{n R_{\text{m}} T_2}{V_2} = \frac{0{,}7 \text{ mol} \cdot 8{,}31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 506 \text{ K}}{3{,}053 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$= 9{,}64 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-2} = 9{,}64 \text{ bar}$$

Aufgabe 5 (14 Punkte) - Lösung

(a) Die Eigenkreisfrequenz des Systems ω_0 erhält man aus Federkonstante c und angehängter Masse m aus der Beziehung

$$\omega_0{}^2 = \frac{c}{m} = \frac{5{,}0\,\mathrm{Nm}^{-1}}{0{,}300\,\mathrm{kg}} = \frac{16{,}67\,\mathrm{kg\,m\,s}^{-2}\cdot\mathrm{m}^{-1}}{\mathrm{kg}} = 16{,}67\,\mathrm{s}^{-2}$$

damit

$$\omega_0 = 4{,}08\,\mathrm{s}^{-1}$$

Für die Eigenfrequenz gilt

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \qquad \text{also} \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{4{,}08\,\mathrm{s}^{-1}}{2\pi} = 0{,}650\,\mathrm{s}^{-1}$$

Für die Schwingungsdauer gilt

$$\omega_0 = 2\pi\frac{1}{T_0} \qquad \text{also} \qquad T_0 = 2\pi\frac{1}{\omega_0} = \frac{2\pi}{4{,}08\,\mathrm{s}^{-1}} = 1{,}54\,\mathrm{s}$$

(b) Für eine abklingende Schwingung bei viskoser Dämpfung gilt für die Einhüllende

$$y_{\mathrm{einh}} = \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t}$$

$$\frac{y_{\mathrm{einh}}}{y_0} = e^{-\delta t}$$

Logarithmieren liefert

$$\ln(\frac{y_{\mathrm{einh}}}{y_0}) = \ln(e^{-\delta t}) = -\delta t$$

Für zehn Schwingungsperioden also für ein Zeitintervall $t = 10 \cdot T_0$ soll für das Verhältnis der Auslenkungen gelten $p = \frac{y_{\mathrm{einh}}}{y_0} = \frac{1}{2}$. Es wird

$$\ln(\frac{1}{2}) = -\delta \cdot 10 \cdot 1.54\,\mathrm{s}$$

Der Abklingkoeffizient ergibt sich zu

$$\delta = -[\frac{\ln(1) - \ln(2)}{15{,}4\,\mathrm{s}}] = -[\frac{(0 - 0{,}693)}{15{,}4\,\mathrm{s}]}] = 4{,}50 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Der Dämpfungsgrad des gedämpften Systems wird damit

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{4{,}50 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}}{4{,}08\,\mathrm{s}^{-1}} = 1{,}10 \cdot 10^{-2}$$

(c) Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels bei kleinen Auslenkungen aus der Ruhelage nahe der Erdoberfläche ist

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

daraus erhält man für die Fadenlänge

$$L = \frac{T_0{}^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{(1{,}54\ \text{s})^2 \cdot 9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}}{4\pi^2} = 0{,}589\ \text{m} = 58{,}9\ \text{cm}$$

(d1) Die Schwingungsdauer der Feder-Masse-Pendels hängt nur von den Eigenschaften der Feder und der angehängten Masse ab. Die Schwingungsdauer ändert sich bei Verbringen auf den Mond nicht.

(d2) Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels hängt von der Fallbeschleunigung ab; es gilt

$$T_0^{\text{Erde}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{Erde}}}} \qquad \text{und} \qquad T_0^{\text{Mond}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{Mond}}}}$$

das Verhältnis der Schwingungsdauern wird

$$\frac{T_0^{\text{Mond}}}{T_0^{\text{Erde}}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{Mond}}}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{Erde}}}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{Erde}}}{g_{\text{Mond}}}} = \sqrt{\frac{6}{1}}$$

Aufgabe 6 (14 Punkte) - Lösung

(a) Die Querschnittsfläche eines kreisrunden Drahtes (Radius $r = \frac{D}{2}$) ist

$$A = \pi \cdot r^2 \qquad \text{oder} \qquad A = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

Der spezifische elektrische Widerstand ρ berechnet sich damit aus den Messwerten zu

$$\rho = \frac{\pi \cdot r^2}{L} \cdot R = \frac{\pi \cdot (0{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2}{1{,}58\ \text{m}} \cdot 4{,}08\ \Omega$$

$$= 0{,}5070 \cdot 10^{-6}\ \Omega\text{m} = 507{,}0 \cdot 10^{-9}\ \Omega\text{m}$$

(b) Die Beziehung für den spezifischen elektrischen Widerstand stellt ein reines Potenzgesetz dar. Deshalb kann der relative Größtfehler einfach und direkt aus den relativen Fehlern der Einzelmessungen ermittelt werden.

Hinweis: Der relative Fehler des Radius ist identisch zum relativen Fehler des Durchmessers $\left|\frac{\Delta r}{r}\right| = \left|\frac{\Delta D}{D}\right|$

Es wird damit

$$\left|\frac{\Delta A}{A}\right| = \pm 2 \cdot \left|\frac{\Delta D}{D}\right|$$

und

$$\left|\frac{\Delta\rho}{\rho}\right| = \pm\left(2\cdot\left|\frac{\Delta D}{D}\right| + \left|\frac{\Delta L}{L}\right| + \left|\frac{\Delta R}{R}\right|\right)$$

$$= \pm\left(2\cdot\frac{5\cdot 10^{-3}\ \text{mm}}{500\cdot 10^{-3}\ \text{mm}} + \frac{2\ \text{cm}}{158\ \text{cm}} + \frac{0{,}05\ \Omega}{4{,}08\ \Omega}\right)$$

$$= \pm(2{,}00 + 1{,}27 + 1{,}23)\cdot 10^{-2} = \pm 4{,}50\ \%$$

daraus bestimmt sich der absolute Größtfehler

$$\Delta\rho = \pm\left|\frac{\Delta\rho}{\rho}\right|\cdot\rho = \pm 4{,}50\cdot 10^{-2}\cdot 570.0\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot\text{m}$$

$$= \pm 25{,}6\cdot 10^{-9}\ \Omega\text{m}$$

(c) Damit kann das Endergebnis der Messung – sinnvoll *auf*gerundet - folgendermaßen dargestellt werden:

$$\rho = (507 \pm 26)\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot\text{m}$$

oder

$$\rho = 507\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot\text{m}\ (1 \pm 5\ \%)$$

Tabellenwert: Konstantan $\rho = 0{,}500\cdot 10^{-6}\ \Omega\cdot\text{m}$;
damit liegt der Literaturwert innerhalb der Fehlergrenzen der Messung.

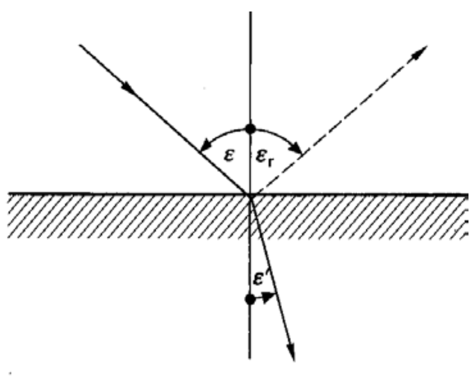
Die Zusammensetzung von Konstantan ist Cu 58 %, Ni 41 %, Mn 1 %

Der Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstands von Konstantan ist sehr klein; damit ändert sich der Widerstand bei Temperaturänderungen nur geringfügig und damit oft vernachlässigbar.

Aufgabe 7 (10 Punkte) - Lösung

(a) Der Brechungsindex ist definiert über die Winkelbeziehungen

$$n = \frac{\sin\varepsilon_{\text{Luft}}}{\sin\varepsilon_{\text{Glas}}} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 23{,}75^\circ} = 1{,}76$$



Einfallswinkel – gemessen gegen die Lotrechte

$\varepsilon = \varepsilon_{\text{Luft}} = 45^\circ$

Brechungswinkel – gemessen gegen die Lotrechte

$\varepsilon' = \varepsilon_{\text{Glas}} = 23{,}75^\circ$

Reflexionswinkel – gemessen gegen die Lotrechte

$\varepsilon_r = \varepsilon_{\text{Luft}} = 45^\circ$

(b) Da die Frequenz f des Lichts sich beim Übergang zwischen zwei Medien sich nicht ändert, erhält man aus den Beziehungen für die Lichtgeschwindigkeit in Luft (näherungsweise Vakuum) und Glas

$$c_{\text{Luft}} = \lambda_{\text{Luft}} \cdot f \quad \text{und} \qquad c_{\text{Glas}} = \lambda_{\text{Glas}} \cdot f$$

die Frequenz des Natrium-Lichts zu

$$f = \frac{c_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Luft}}} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{589 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}09 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

(c) Der Brechungsindex n ist definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten im Vakuum (näherungsweise Luft) und in einem Medium; damit erhält man für Glas

$$n = \frac{c_{\text{Luft/Vakuum}}}{c_{\text{Glas}}}$$

$$c_{Glas} = \frac{c_{\text{Luft/Vakuum}}}{n} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{1{,}76} = 1{,}71 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

mit der Frequenz f des Natrium-Lichts aus Teilaufgabe (b) wird die Wellenlänge λ in Glas

$$\lambda_{\text{Glas}} = \frac{c_{\text{Glas}}}{f} = \frac{1{,}71 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{5{,}09 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 0{,}336 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 336\ \text{nm}$$

Alternative:

Aus den in Teilaufgabe (b) angegebenen Beziehung für die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum und in Glas

$$\frac{c_{\text{Luft/Vakuum}}}{c_{\text{Glas}}} = \frac{\lambda_{\text{Luft/Vakuum}}}{\lambda_{\text{Glas}}} = n$$

$$\lambda_{\text{Glas}} = \frac{\lambda_{\text{Luft/Vakuum}}}{n} = \frac{589\ \text{nm}}{1{,}76} = 335\ \text{nm}$$

(geringfügige Abweichungen durch Rundungsfehler!)

Aufgabe 8 (20 Punkte) - Lösung

(a) Die grafische Darstellung zeigt im angegebenen Temperaturintervall eine nicht lineare Beziehung.

Man zeichnet durch die Messpunkte eine beste ausgleichende Kurve.

(b) Zur Bestimmung des Temperaturkoeffizienten legt man bei der Temperatur $\vartheta = 70\ ^{\circ}\text{C}$ eine Tangente an diese Kurve. Die Steigung dieser Tangente entspricht dem Temperaturkoeffizienten.

Zur Bestimmung der Steigung benutzt man die Zwei-Punkte-Steigungsformel; dazu wählt man zweckmäßigerweise zwei sehr weit auseinanderliegende Wertepaare.

Korrespondierende Wertepaare auf der Tangente sind (vgl. Diagramm)

$$\vartheta_2 = 10\ ^{\circ}\text{C} \qquad \rho_2 = 1{,}0125\ \text{g}\,\text{cm}^{-3}$$

$$\vartheta_1 = 110\ ^{\circ}\text{C} \qquad \rho_1 = 0{,}9550\ \text{g}\,\text{cm}^{-3}$$

Nach der Zweipunkteformel erhält man für die Geradensteigung

$$m_{\text{Gerade}} = \frac{\Delta\rho}{\Delta T} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{(1{,}0125 - 0{,}9550)\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{(10 - 110)\,\text{K}} = \frac{(0{,}0575)\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{(-100\,\text{K})}$$

$$= -5{,}75 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{\text{K}}$$

Temperaturdifferenzen sollen nach DIN in K angegeben werden. Bei der Differenzbildung zweier Temperaturen ist es unerheblich, ob man die Celsius- oder die Kelvintemperaturen nimmt.

Näherung:

Man legt durch die Datenpunkte bei $\vartheta_{60} = 60\ ^{\circ}\text{C}$ und $\vartheta_{80} = 80\ ^{\circ}\text{C}$ eine Gerade. Näherungsweise ist die Steigung dieser Sekante gleich der Steigung bei $\vartheta_{70} = 70\ ^{\circ}\text{C}$.

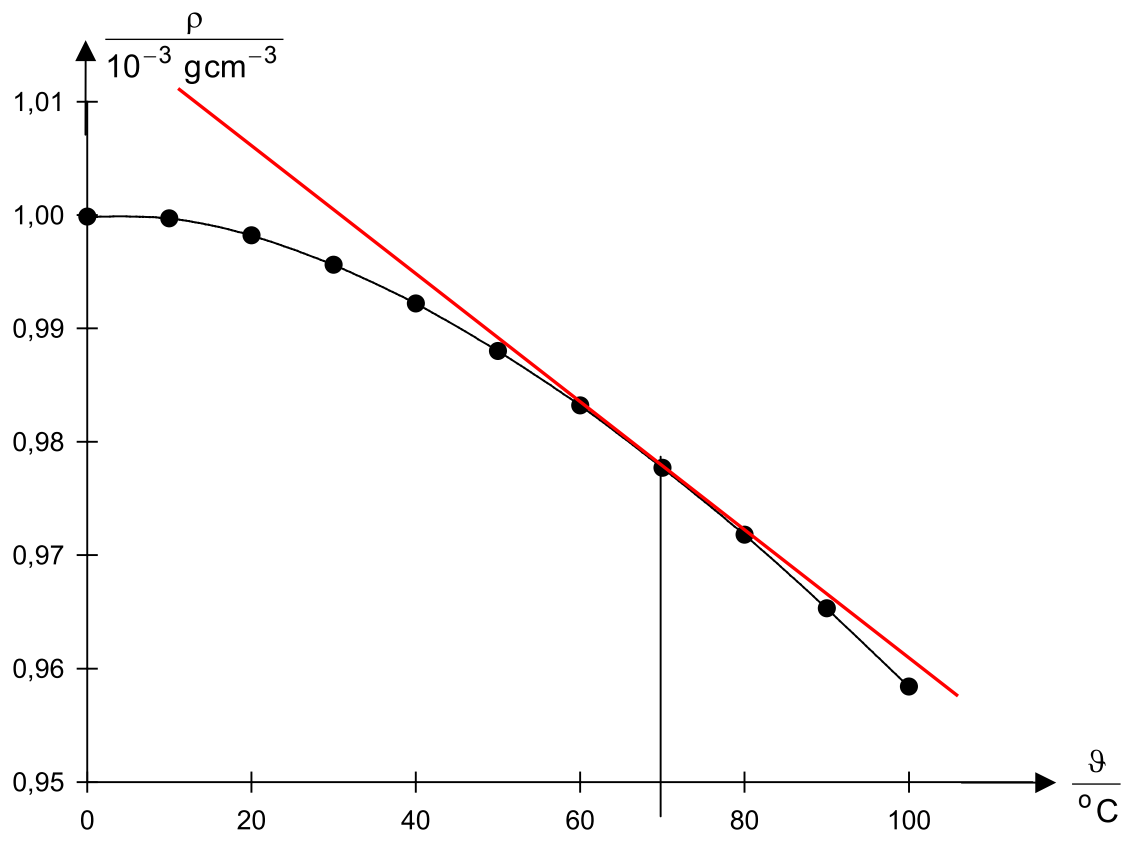
$$\rho_{60} = 0{,}98320\ \text{g}\,\text{cm}^{-3}$$

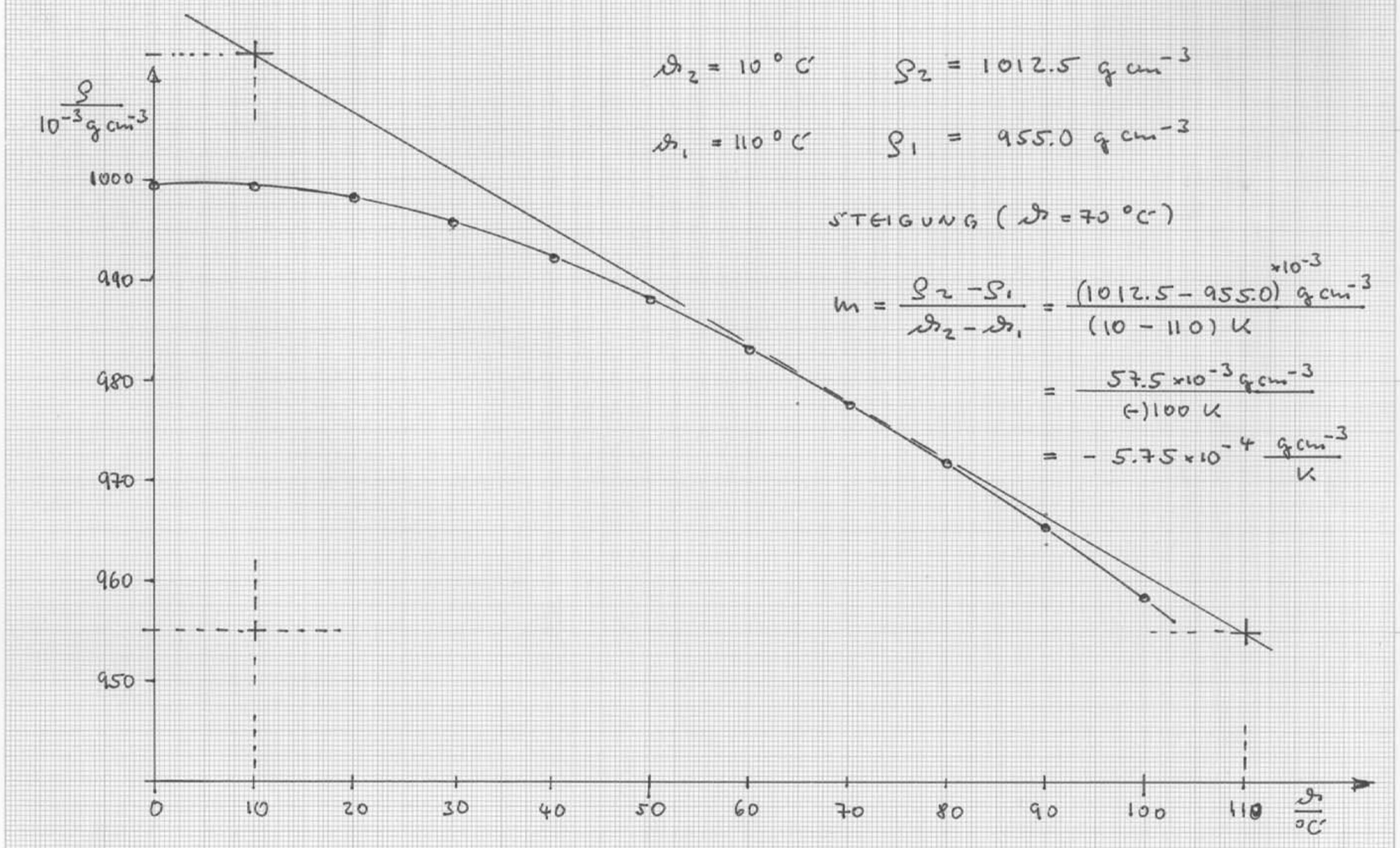
$$\rho_{80} = 0{,}97181\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$$

Die Zwei-Punkte-Formel für die Steigung liefert

$$m_{\text{Gerade}} = \frac{\Delta\rho}{\Delta T} = \frac{\rho_{80} - \rho_{60}}{\vartheta_{80} - \vartheta_{60}} = \frac{(0{,}97181 - 0{,}98320)\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{(80 - 60)\,\text{K}} = \frac{(-11{,}39 \cdot 10^{-3})\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{20\,\text{K}}$$

$$= -5{,}70 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{g}\,\text{cm}^{-3}}{\text{K}}$$





$\vartheta_2 = 10\,°C \qquad \rho_2 = 1012.5\ g\,cm^{-3}$

$\vartheta_1 = 110\,°C \qquad \rho_1 = 955.0\ g\,cm^{-3}$

STEIGUNG ($\vartheta = 70\,°C$)

$$m = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{(1012.5 - 955.0)\ g\,cm^{-3}}{(10 - 110)\ K} \times 10^{-3}$$

$$= \frac{57.5 \times 10^{-3}\ g\,cm^{-3}}{(-)100\ K}$$

$$= -5.75 \times 10^{-4}\ \frac{g\,cm^{-3}}{K}$$