

# Mikrowellen

*Eigenschaften von Mikrowellen und Analogien zur Wellenoptik*

## Versuchsvorbereitung

... bedeutet, sich vor dem Labortermin mit Begriffen und Funktionsprinzipien vertraut zu machen. Gute Vorbereitung heißt, diese jemand anderem erklären zu können !

1.) Informieren Sie sich über folgende Begriffe :

elektromagnetische Wellen; Wellenoptik, speziell Interferenz, Beugung und Brechung von Wellen; Standardabweichung; Mittlerer Fehler des Mittelwerts

2.) Erarbeiten Sie für sich die Wirkungsweise folgender Anordnungen :

Spalt, Doppelspalt, Gitter, Michelson-Interferometer

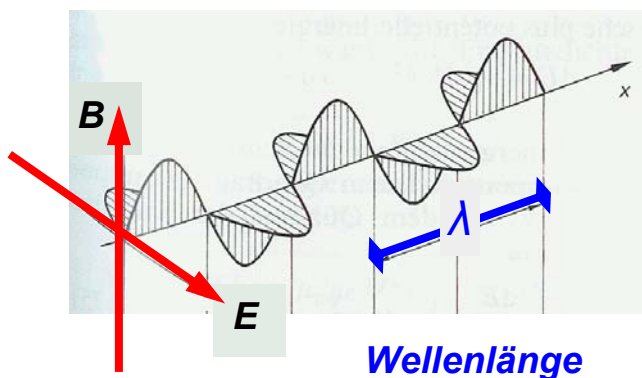
3.) Leiten Sie sich die nachstehend verwendete Beziehung (3) her

*Literatur :*

Hering, Martin, Stohrer : Physik für Ingenieure, 11. Auflage (2012), Springer

## Einführung

Unter Mikrowellen versteht man im allgemeinen elektromagnetische Strahlung mit Frequenzen zwischen 1 und 200 GHz . Sie breitet sich in Form elektromagnetischer Transversalwellen aus. Diese bestehen aus zwei in Ort  $x$  und Zeit  $t$  periodischen Anteilen : einem elektrischen ( $E$ ) und einem magnetischen ( $B$ ) Wechselfeld. Die Vektoren von  $E$ - und  $B$ -Feld stehen sowohl senkrecht zueinander als auch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Die Ausbreitung erfolgt mit Lichtgeschwindigkeit.



Wie generell für alle Wellen gilt auch im Fall von Mikrowellen :

$$c = \lambda \cdot f \quad (1)$$

$\lambda$  : Wellenlänge

$f$  : Frequenz

$c$  : Ausbreitungsgeschwindigkeit

in Vakuum:

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

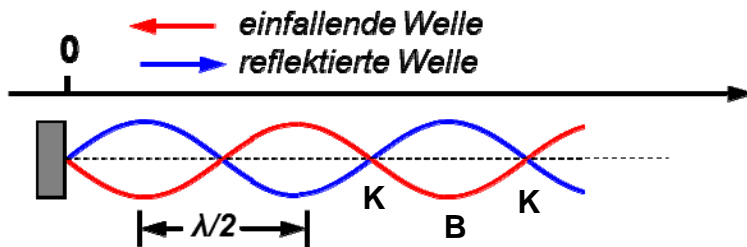
Da sich Mikrowellen analog zu optischen und akustischen Wellen verhalten, zeigen sie eine ganze Reihe von bekannten Interferenzeffekten. Im Vergleich zu Licht und Schall können diese aber für Mikrowellen mit deutlich geringerem experimentellem Aufwand gezeigt werden. Der Grund dafür ist, dass die Kohärenzlänge von Mikrowellen – die Länge eines Wellenzugs mit fester Phasenbeziehung zwischen den einzelnen Schwingungen – typischerweise  $10^3$  bis  $10^5$  km beträgt und die Wellenlänge  $\lambda$  in dem für Versuche sehr günstigen Bereich weniger cm liegt.

Als Mikrowellenquelle dient im Versuch ein Klystron, die Frequenz der Wellen beträgt um 9,5 GHz, die Leistung einige mW. Zum Nachweis wird die hochfrequente Wechselspannung mit einer Diode gleichgerichtet. Der Mikrowellenfrequenz wird zum akustischen Nachweis eine Niederfrequenz im hörbaren Bereich aufmoduliert.

## Stehende Welle

Wird eine Welle in sich zurück reflektiert, entsteht aus Überlagerung einfallender und reflektierter Anteile eine stehende Welle. Sie wird folgendermaßen beschrieben :

$$y(x,t) = y_m \cos(\omega t) \cdot \cos(k x) \quad (2)$$



mit der Wellenzahl  $k$  :

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda}$$

und der Kreisfrequenz  $\omega$  :

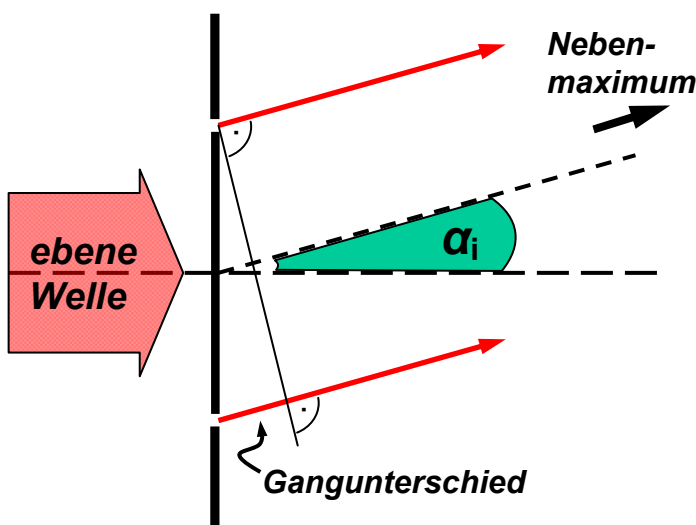
$$\omega = 2 \pi f$$

In regelmäßigem Abstand  $\lambda/2$  bilden sich Schwingungsknoten K und Schwingungsbäuche B aus. Im Fall von Mikrowellen bedeutet  $y_m$  die Amplitude des elektrischen bzw. des magnetischen Feldvektors. In den Schwingungsbäuchen ist die Amplitude des oszillierenden  $E$ -Felds (bzw.  $B$ -Felds) maximal. Bei Nachweis mit der Diode ergibt sich hier die höchste Spannung. Stehende Mikrowellen erzeugt man sehr einfach durch Reflexion einer einfallenden Welle an einem leitfähigen Objekt.

Im Versuch werden stehende Mikrowellen durch Reflexion an einer Metallplatte hergestellt. Aus Ermittlung der Feldstärke dieser stehenden Mikrowelle in Abhängigkeit von der Ortskoordinate  $x$  folgt direkt die Wellenlänge  $\lambda$ .

## Beugung an Doppelspalt und Gitter

Wenn eine ebene Welle durch eine Blende mit regelmäßig angeordneten Spalten läuft, wird sie in einzelne Anteile aufgeteilt. Hinter der Blende treten Interferenzen auf. Unter bestimmten Winkeln  $\alpha_i$  zur Ausbreitungsrichtung ergeben sich aufgrund der Überlagerung der von den einzelnen Spalten ausgehenden Teilwellen Raumbereiche, in denen die Feldstärke ihre jeweils höchsten Werte erreicht (konstruktive Interferenz). Dazwischen liegen Bereiche, in denen sich die Wellen schwächen oder sogar auslöschen (destruktive Interferenz).



Für die Winkel  $\alpha_i$  unter denen Interferenzmaxima am Doppelspalt (und auch an einem Gitter) auftreten, gilt:

$$\sin(\alpha_i) = \pm \frac{i \lambda}{d} \quad (3)$$

$i$  : 0, 1, 2, 3, ...

$\lambda$  : Wellenlänge

$d$  : Spaltabstand bzw. Gitterkonstante

Das Maximum für  $i = 0$  liegt auf der Strahlmitte und wird auch als Hauptmaximum bezeichnet, die anderen als Nebenmaxima  $i$ -ter Ordnung.

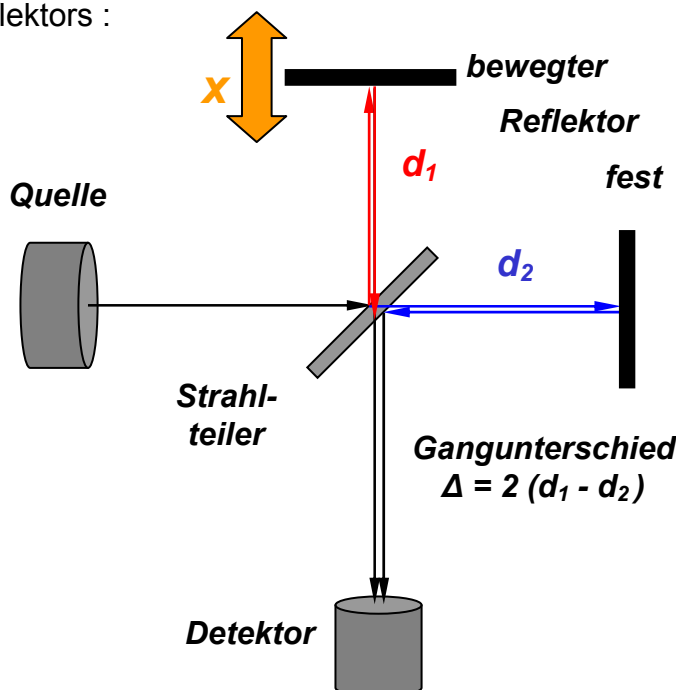
Im Versuch verwendet man zur Beugung der Mikrowellen eine leitfähige Metallplatte mit vier in einer Reihe angeordneten Öffnungen, die einzeln verschließbar sind.

## Interferometer

Ein Wellenzug der Wellenlänge  $\lambda$  wird mit einem Strahlteiler aufgeteilt. Nachdem die beiden Anteile verschiedene Wegstrecken  $d_1$  und  $d_2$  zurückgelegt haben, werden sie wieder zusammengeführt und überlagert. In Abhängigkeit von Gangunterschied  $\Delta$  der beiden Laufstrecken und  $\lambda$  kommt es zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz an der Detektionseinheit. Die Bedingung für Interferenzmaxima lautet:

$$\Delta = 2 ( d_1 - d_2 ) = n \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4)$$

Kontinuierliche Veränderung einer der beiden Laufstrecken  $d_1$  oder  $d_2$  ergibt eine periodische Änderung des Detektorsignals. In der Skizze ist dies für die Laufstrecke  $d_1$  angedeutet. Die Zahl  $n$  der durchlaufenen Perioden ist ein direktes Maß für die Längenänderung der Laufstrecke  $d_1$  und damit für die Verschiebung  $x$  des bewegten Reflektors :



$$x = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

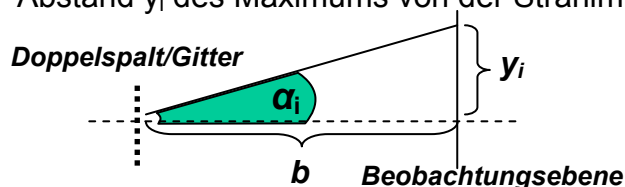
Im Versuch wird eine Styroporplatte als Strahlteiler für die Mikrowellen verwendet. Als Reflektoren dienen zwei Metallplatten.

## Versuchsdurchführung

Zuerst werden Wellenlänge  $\lambda$  und Frequenz  $f$  der verwendeten Mikrowellen über Ausmessen der Abstände  $d_i$  von Feldstärkeminima einer stehenden Welle ermittelt. Die Genauigkeit der Resultate für  $\lambda$  und  $f$  wird über den aus der Standardabweichung  $s_d$  folgenden mittleren Fehler  $\Delta d_m$  des Mittelwerts  $d_m$  aus  $N$  Messwerten abgeschätzt.

$$d_m = \frac{\sum d_i}{N} \quad s_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - d_m)^2}{N - 1}} \quad \Delta d_m = \frac{s_d}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

Dann werden Beugungsexperimente am Doppelspalt (oder Gitter) durchgeführt. Die Mikrowellenintensität wird mit einer Diode detektiert, die sich in einer Beobachtungsebene im Abstand  $b$  vom beugenden Objekt befindet. Messwert ist der jeweilige Abstand  $y_i$  des Maximums von der Strahlmitte, daraus folgt die Winkelrichtung  $\alpha_i$  aus:



$$\tan \alpha_i = \frac{y_i}{b} \quad (7)$$

Am Ende wird die interferometrische Längenmessung untersucht.

## Aufgaben

Antworten auf nachfolgendem Formblatt eintragen und nach dem Versuch abgeben.

- Unter Mikrowellen versteht man elektromagnetische Strahlung zwischen 1 und 200 GHz. Berechnen Sie den zugehörigen Wellenlängenbereich.

Erster Versuchsteil: Ermittlung der Wellenlänge aus der **stehenden Welle**

- Berechnen Sie die Wellenlänge der im Versuch verwendeten Mikrowellen aus den gemessenen Positionen der Empfängerdiode für minimale Feldstärke der stehenden Welle.
- Ermitteln Sie den mittleren Fehler des Mittelwerts für die Wellenlänge.
- Geben Sie den Toleranzbereich für die Wellenlänge an.
- Berechnen Sie die Frequenz der im Versuch verwendeten Mikrowellen.
- Geben Sie den Toleranzbereich für die Frequenz an.

Zweiter Versuchsteil: Ermittlung der Wellenlänge aus der **Beugung am Doppelspalt**

- Die vier Spalte der im Versuch benutzten Metallplatte sind jeweils 6,5 cm voneinander entfernt. Zwei der Öffnungen werden verschlossen, so dass sich eine Doppelspaltanordnung ergibt. Berechnen Sie unter Verwendung der an der stehenden Welle ermittelten Wellenlänge der Mikrowellen die ersten drei Winkel, unter denen nach der Theorie Interferenzmaxima zu erwarten sind.
- Ermitteln Sie die sich experimentell ergebenden Winkelrichtungen der Interferenzmaxima aus den Meßdaten.
- Ermitteln Sie für jede der drei gemessenen Winkelrichtungen die daraus folgende Wellenlänge der Mikrowellen.
- Überprüfen Sie, ob die in den ersten beiden Versuchsteilen (stehende Welle und Doppelspalt) erhaltenen Resultate für die Wellenlänge der Mikrowellen konsistent sind.

Dritter Versuchsteil: **Längenmessung** mit dem Interferometer

- Skizzieren Sie den Aufbau des im Versuch verwendeten Interferometers.
- Bestimmen (zählen) Sie die Anzahl der Interferenzmaxima bei Verschiebung der „Messaufnehmer“- Platte um die Distanz  $s$ .
- Berechnen Sie den Verschiebungsweg  $s$  aus dieser Anzahl.
- Geben Sie den Toleranzbereich  $\Delta s$  für den Verschiebungsweg an.

Theoretische **Grundlagen**

- Leiten Sie auf nachvollziehbare Weise die Formel (3) für die Beugungswinkel der Interferenzmaxima am Gitter her.

<b>Mikrowellen</b>									
Gruppe					Datum				
Name, Vorname									
Berechnung der Wellenlänge von Mikrowellen der Frequenzen ...									
1 GHz :									
200 GHz :									
<b>(1) Wellenlängenbestimmung mit Hilfe einer stehenden Welle</b>									
Skizze des Versuchsaufbaus „Stehende Welle“									
<u>Messung:</u> Positionen $x_i$ und Abstände $d_i$ der Feldstärkeminima der stehenden Welle									
$x_i$ / cm									
$d_i = x_{i+1} - x_i$ / cm									
<u>Auswertung:</u>									
Wellenlänge $\lambda$ der Mikrowellen (Mittelwert $\lambda_m$ , Standardabweichung $s_\lambda$ und Toleranz $\Delta\lambda$ )									
Frequenz $f$ der Mikrowellen, Angabe als $f_m \pm \Delta f$ (Mittelwert und Toleranz)									
<b>(2) Wellenlängenbestimmung über die Beugung am Doppelspalt</b>									
Skizze des Versuchsaufbaus „Doppelspalt“ mit geometrischen Daten									

<b>Berechnung:</b> Winkelrichtungen $\alpha_i$ der ersten drei Nebenmaxima nach der Theorie			
$\alpha_i$ / Grad			
<b>Messung:</b> Abstand $y_i$ der ersten drei Nebenmaxima von der Strahlmitte			
$y_i$ / cm			
Abstand $b$ Doppelspalt – Messebene:			
<b>Auswertung:</b> Winkelrichtung $\alpha_i$ der Nebenmaxima und daraus folgende Wellenlänge $\lambda$			
$\alpha_i$ / Grad			
$\lambda$ / cm			
Sind die nach (1) und (2) ermittelten Werte für $\lambda$ konsistent (bitte begründen!)?			
<b>Längenmessung mit dem Interferometer</b>			
Skizze des Versuchsaufbaus „Interferometer“			
Anzahl der Maxima bei Verschiebung um Weg $s$			
<b>Berechnung:</b> Verschiebungsweg $s$ und Toleranz $\Delta s$ aus den Werten für $\lambda$ und $\Delta \lambda$			
Direkte Messung des Verschiebungswegs $s$			
<b>Theoretische Grundlagen :</b> nachvollziehbare Herleitung der Beziehung (3)			