Lösungshinweise zur Prüfung Physik 2 für IWB2, SS 2010

Aufgabe 1:

a) Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\mathrm{P}}{mgr}}$.

Massenträgheitsmoment bezüglich Aufhängepunkt nach Steiner:

$$J_\mathrm{P} = J_\mathrm{S} + mr^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mr^2 = m\left(\frac{R^2}{2} + r^2\right).$$

Damit wird die Schwingungsdauer

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{(R^2/2) + r^2}{gr}} = 0{,}925\,\mathrm{s}.$$

b) Gleichung der ungedämpften Schwingung: $\beta(t) = \hat{\beta}\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Dabei ist die Kreisfrequenz $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 6{,}79\,\mathrm{s}^{-1}$.

Aus den Anfangsbedingungen folgt, dass der Nullphasenwinkel $\varphi_0 = 0$ ist und die Amplitude $\hat{\beta} = 10°$. Damit gilt:

$$\beta(t) = 10° \cdot \cos(6{,}79\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t).$$

c) Die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe ergibt sich durch Ableiten des Winkels nach der Zeit: $\dot{\beta}(t) = -\hat{\beta}\omega_0 \sin(\omega_0 t)$.

Die maximale Winkelgeschwindigkeit tritt auf im unteren Totpunkt:

$$\dot{\beta}_\mathrm{max} = \hat{\beta}\omega_0 = 1{,}186\,\mathrm{s}^{-1}.$$

Die Geschwindigkeit des Schwerpunktes im untersten Punkt ergibt sich somit zu

$$v_\mathrm{max} = \dot{\beta}_\mathrm{max} \cdot r = 0{,}1186\,\mathrm{m/s}.$$

Alternative mit dem Energieerhaltungssatz: die Abnahme der potenziellen Energie wird in kinetische Energie umgewandelt.

$$mgh = \frac{1}{2}J_\mathrm{P}\dot{\beta}^2 \text{ oder } mgr(1 - \cos\hat{\beta}) = \frac{1}{2}m\left(\frac{R^2}{2} + r^2\right)\dot{\beta}^2.$$

Daraus folgt die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta} = \sqrt{\frac{2gr(1-\cos\hat{\beta})}{\frac{R^2}{2} + r^2}} = 1{,}184\,\mathrm{s}^{-1}$ und die

Geschwindigkeit $v = 0{,}1184$ m/s.

d) Amplitude der gedämpften Pendelschwingung: $\hat{\beta}(t) = \hat{\beta}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\delta t}$.

Nach 10 Perioden geht die Amplitude auf ein Zehntel des Startwertes zurück:

$$\hat{\beta}(10 \cdot T_\mathrm{d}) = \frac{1}{10}\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\delta \cdot 10 T_\mathrm{d}}.$$

Daraus folgt für die Abklingkonstante bei schwacher Dämpfung:

$$\delta = \frac{\ln 10}{10 \cdot T_\mathrm{d}} \approx \frac{\ln 10}{10 \cdot T_0} = 0{,}249\,\mathrm{s}^{-1}.$$

Der Dämpfungsgrad ist $\vartheta = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\ln 10}{20 \cdot \pi} = 0{,}0366$. Die Annahme schwacher Dämpfung

war also gerechtfertigt.

e) Die komplette Anfangsenergie wird in Wärme verwandelt. Diese beträgt $E = E_{\text{pot}} = mgh$.

Mit $h = r(1 - \cos\hat{\beta}) = 0{,}00152\,\text{m}$ und $m = \frac{\pi}{4} d^2 s\rho = 5{,}55\,\text{kg}$ ergibt sich $E = 82{,}7$ mJ.

Aufgabe 2:

a) Die Schallgeschwindigkeit ist proportional zur Wurzel aus der absoluten Temperatur: $c \sim \sqrt{T}$.

Daraus folgt $c_{25} = c_0 \sqrt{\frac{273{,}15 + 25}{273{,}15}} = 346{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Die Abstände berechnen sich nach Pythagoras:

$s_1 = \sqrt{l^2 + \left(s + \frac{d}{2}\right)^2} = 4{,}48\,\text{m}$ und $s_2 = \sqrt{l^2 + \left(s - \frac{d}{2}\right)^2} = 3{,}51\,\text{m}$.

c) Destruktive Interferenz erfolgt, wenn der Gangunterschied der beiden Wellen eine halbe Wellenlänge ist: $\Delta = s_1 - s_2 = \frac{\lambda}{2}$.

Die Frequenz dieser Wellen beträgt $f_0 = \frac{c_{25}}{\lambda} = \frac{c_{25}}{2\Delta} = 178{,}6\,\text{Hz}$.

Allgemein gilt für destruktive Interferenz $f_n = \frac{c_{25}}{\lambda_n} = \frac{c_{25}(n + 1/2)}{\Delta}$.

Weitere Frequenzen sind daher f_1 = 535,8 Hz und f_2 = 893,1 Hz.

d) Intensität des Schallfeldes $I = I_0 \cdot 10^{L_I/10\,\text{dB}} = 10^{-5}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

e) Wenn P die Leistung eines Lautsprecher ist, gilt für die Intensität $I = 2\frac{P}{2\pi r^2}$. Für den Abstand gilt in diesem Fall $r^2 = l^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$. Damit ergibt sich P = 0,434 mW.

f) Bei Abschaltung eines Lautsprechers halbiert sich die Leistung und damit reduziert sich der Pegel um 3 dB: L = 67 dB.

Aufgabe 3:

a) Aus der Gleichung $\beta' = \frac{f'}{a + f'}$ für den Abbildungsmaßstab folgt, dass die größtmögliche Brennweite eingestellt werden muss: f' =28,8 mm.

Der Abbildungsmaßstab wird damit $\beta' = -2{,}88 \cdot 10^{-5}$.

b) Aus der Abbildungsgleichung $\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}$ folgt für die Bildweite $a' \approx f' = 28{,}8\,\text{mm}$.

c) Die Breite des Objekts ergibt sich aus der Breite des CCD-Sensors: $B = \frac{B'}{|\beta'|} = 1410\,\text{m}$.

Die Höhe beträgt $H = \frac{H'}{|\beta'|} = 882\,\text{m}$.

d) Zwei benachbarten Pixel haben den Abstand $x' = \dfrac{40{,}6\ \text{mm}}{3488} = 0{,}01164\ \text{mm}$. Im Gegenstandsraum entspricht dies einem Abstand von $x = \dfrac{x'}{|\beta'|} = 40{,}4\ \text{cm}$.

e) Infolge der beugungsbegrenzten Abbildung ergibt sich ein auflösbarer Winkelabstand zweier Punkte zu $\delta = 1{,}22\dfrac{\lambda}{d} = \dfrac{x}{|a|} = \dfrac{x'}{a'} = 4{,}04 \cdot 10^{-4}\ \text{rad}$ (Näherung für kleine Winkel).

Der erforderliche Objektivdurchmesser beträgt damit $d = \dfrac{1{,}22\,\lambda}{\delta} = 1{,}66\ \text{mm}$.

Die Blendenzahl des Objektivs ist $k = \dfrac{f'}{d} = 17$. Die nächste passende Blendenzahl aus der Hauptreihe ist $k = 16$.