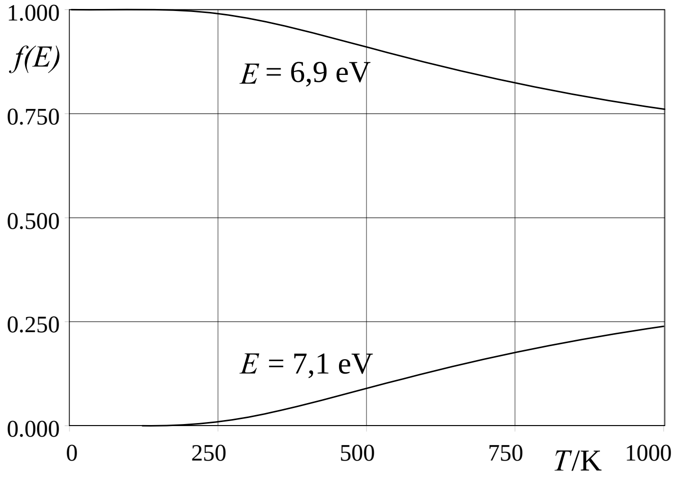
Lösungshinweise Elektron. Eigensch. der Festkörper

1. Wellenlängen: $\lambda = \dfrac{hc}{E_1} \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{n'^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)}$ mit $n' = 2$.

   Im sichtbaren Spektralbereich liegen: λ = 656, 486, 434, 410, 397, 389, 384, 380 nm.

2. Anregung von n = 1 auf n = 2: $\Delta E = \frac{3}{4} E_1 = 10,43$ eV.

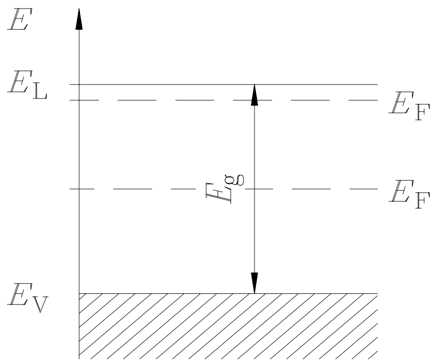
3. FERMI-Energie: $E_\mathrm{F} = \dfrac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 \dfrac{N}{V}\right)^{2/3} = 4{,}71\,\mathrm{eV}$, mit $\dfrac{N}{V} = n = \dfrac{\rho N_\mathrm{A}}{M} = 4{,}63 \cdot 10^{22}\ \mathrm{cm}^{-3}$.



4. Aufenthaltswahrscheinlichkeit: $f(E) = \dfrac{1}{1 + \exp\left(\dfrac{E - E_\mathrm{F}}{k\,T}\right)}$,

   $f(7{,}1\,\mathrm{eV}) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{e}^{\frac{1160\,\mathrm{K}}{T}}}$,

   $f(6{,}9\,\mathrm{eV}) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{e}^{-\frac{1160\,\mathrm{K}}{T}}}$.



5. Wahrscheinlichkeit für die Besetzung der Leitungsbandkante:

   $f(E) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{e}^{\frac{E_\mathrm{L} - E_\mathrm{F}}{kT}}}$.

   a) $E_\mathrm{L} - E_\mathrm{F} = E_\mathrm{g}/2 = 0{,}555$ eV >> kT
      → Boltzmann-Näherung:
      $f(E_\mathrm{L}) = \mathrm{e}^{-\frac{0{,}555\,\mathrm{eV}}{kT}}$,
      $f(300\ \mathrm{K}) = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$; $f(350\ \mathrm{K}) = 1{,}02 \cdot 10^{-8}$.

   b) $E_\mathrm{L} - E_\mathrm{F} = 0{,}05$ eV, $f(E_\mathrm{L}) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{e}^{\frac{0{,}05\,\mathrm{eV}}{kT}}}$, $f(300\ \mathrm{K}) = 0{,}126$; $f(350\ \mathrm{K}) = 0{,}160$.

6. Radius: $r_1 = \dfrac{h^2 \varepsilon_\mathrm{r} \varepsilon_0}{\pi m^* e^2} = \varepsilon_\mathrm{r} \dfrac{m_0}{m^*} r_1(\mathrm{H}) = 2{,}12$ nm,

   Energie des Grundzustandes: $E_1 = -\dfrac{m^* e^4}{8 \varepsilon_\mathrm{r}^2 \varepsilon_0^2 h^2} = \dfrac{m^*}{m_0 \varepsilon_\mathrm{r}^2} E_1(\mathrm{H}) = -85$ meV.

7. Spez. Widerstand $\rho = \frac{AR}{l} = 5\,\Omega\text{cm}$; die Majoritätsträger sind die Elektronen.

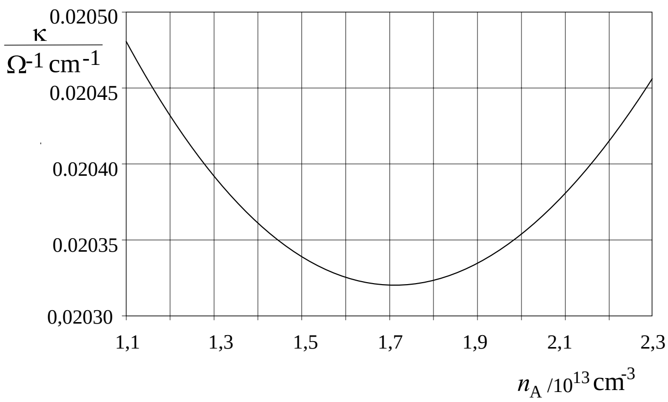
   Aus $\kappa = \frac{1}{\rho} = e n_\text{D} \mu_\text{n}$ folgt für die Beweglichkeit: $\mu_\text{n} = \frac{1}{\rho e n_\text{D}} = 1250\,\frac{\text{cm}^2}{\text{V s}}$.

8. a) Der mittlere Abstand der P-Atome ist $a = \frac{1}{\sqrt[3]{n_\text{P}}} = 1{,}53 \cdot 10^{-6}$ cm.

   b) Die Massendichte ρ und die Teilchenzahldichte n_Ge sind zueinander proportional. Mit der Avogadro-Konstante N_A und der Molmasse M gilt: $n_\text{Ge} = \frac{\rho N_\text{A}}{M} = 4{,}42 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}.

   Der gesuchte Bruchteil ist $\frac{n_\text{P}}{n_\text{Ge}} = 6{,}34 \cdot 10^{-6}$.

9. Leitfähigkeit: $\kappa = e(n\mu_\text{n} + p\mu_\text{p}) = e(\frac{n_\text{i}^2}{p}\mu_\text{n} + p\mu_\text{p})$, Bestimmung des Minimums:



$$\frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}p} = e\left(-\frac{n_\text{i}^2}{p^2}\mu_\text{n} + \mu_\text{p}\right) = 0 \text{ liefert}$$

$$p = n_\text{i}\sqrt{\frac{\mu_\text{n}}{\mu_\text{p}}} = 3{,}34 \cdot 10^{13}\ \text{cm}^{-3}.$$

Welcher Akzeptorkonzentration entspricht diese Löcherdichte?

Aus $p = \frac{n_\text{A}}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_\text{A}}{2}\right)^2 + n_\text{i}^2}$ folgt

$$n_\text{A} = p - \frac{n_\text{i}^2}{p} = p - n = 1{,}71 \cdot 10^{13}\ \text{cm}^{-3}.$$

10. Widerstand ist umgekehrt proportional zur Trägerdichte: $R \sim \frac{1}{n} \sim \mathrm{e}^{\frac{E_\text{D}}{2kT}}$.

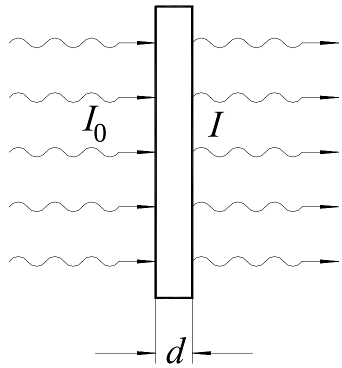
   a) $\frac{R_1}{R_2} = \mathrm{e}^{\frac{E_\text{D}}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}$ liefert für die Ionisierungsenergie der Störstelle $E_\text{D} = 2k \cdot \frac{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$

   =12,76 meV, es handelt sich offenbar um Phosphor.

   b) Für die unbekannte Temperatur folgt $T = \frac{1}{\frac{1}{T_2} + \frac{2k}{E_D} \cdot \ln\left(\frac{R}{R_2}\right)} = 3{,}53$ K.

11. Effektive Masse: $m^* = \frac{eB}{2\pi f} = 1{,}17 \cdot 10^{-31}$ kg, $\frac{m^*}{m_0} = 0{,}13$.

12. Intensität des durchgehenden Lichtes: $I = I_0\,\mathrm{e}^{-\alpha d}$,
Generationsrate = Zahl der absorbierten Photonen



pro cm³ und s: $g = \dfrac{(I_0 - I)A}{Ad} = \dfrac{I_0 - I}{d}$.

Mathematik: $I_0 - I = I_0\left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha d}\right)$, es gilt

$d << \dfrac{1}{\alpha}$ oder $\alpha d << 1$, die Exponentialfunktion kann

entwickelt werden: $1 - \mathrm{e}^{-\alpha d} \approx 1 - (1 - \alpha d) = \alpha d$,

damit wird die Generationsrate:

$g = \alpha\, I_0 = 10^{18}\ \mathrm{cm}^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Löcher(Minoritäten-)dichte wird stark erhöht!

Ratengleichung: $\dfrac{\mathrm{d}(\Delta p)}{\mathrm{d}t} = g - \dfrac{\Delta p}{\tau}$, im Gleichgewicht gilt $\dfrac{\mathrm{d}(\Delta p)}{\mathrm{d}t} = 0$ und damit

$\Delta p = g\,\tau = 1\cdot 10^{14}\ \mathrm{cm}^{-3} = \Delta n$.

Leitfähigkeit ohne Beleuchtung: $\kappa_\mathrm{d} = e\left(n_0\,\mu_\mathrm{n} + p_0\,\mu_\mathrm{p}\right)$,

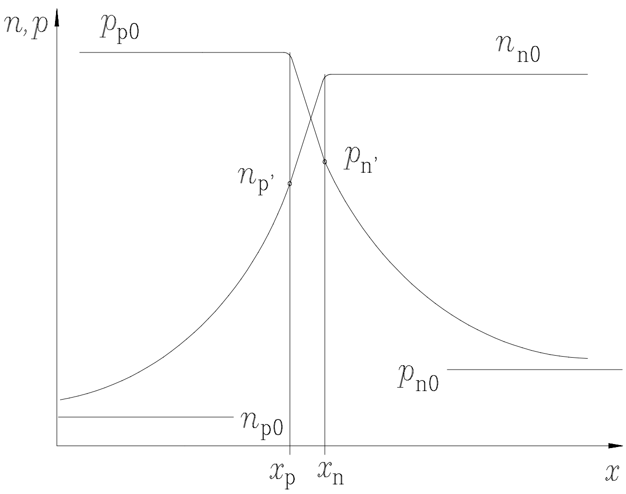
Leitfähigkeit bei Beleuchtung: $\kappa_1 = e\left[(n_0 + \Delta n)\mu_\mathrm{n} + (p_0 + \Delta p)\mu_\mathrm{p}\right]$,

Änderung der Leitfähigkeit: $\Delta\kappa = \kappa_1 - \kappa_\mathrm{d} = e\,\Delta p\left(\mu_\mathrm{n} + \mu_\mathrm{p}\right)$,

relative Änderung der Leitfähigkeit:

$$\frac{\Delta\kappa}{\kappa_0} = \frac{\Delta p\left(\mu_\mathrm{n} + \mu_\mathrm{p}\right)}{n_0\mu_\mathrm{n} + p_0\mu_\mathrm{p}} \approx \frac{\Delta p\left(\mu_\mathrm{n} + \mu_\mathrm{p}\right)}{n_0\mu_\mathrm{n}} = \frac{\Delta p}{n_0}\left(1 + \frac{\mu_\mathrm{p}}{\mu_\mathrm{n}}\right) = 14{,}9\ \%\,.$$

13.



a) Konzentrationen am Rand der RLZ:

$$p_\mathrm{n'} = p_\mathrm{n0}\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} = \frac{n_\mathrm{i}^2}{n_\mathrm{D}}\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} = 5{,}43\cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}\cdot \mathrm{e}^{\frac{U}{U_\mathrm{T}}}$$

$$p_\mathrm{n'} = p_\mathrm{n0}\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} = \frac{n_\mathrm{i}^2}{n_\mathrm{D}}\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}}$$

$$= 5{,}43\cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}\cdot \mathrm{e}^{\frac{U}{U_\mathrm{T}}},$$

$$n_\mathrm{p'} = n_\mathrm{p0}\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} = \frac{n_\mathrm{i}^2}{n_\mathrm{A}}\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} = 5{,}43\cdot 10^{9}\ \mathrm{cm}^{-3}\cdot \mathrm{e}^{\frac{U}{U_\mathrm{T}}}.$$

$U = 0$:	$p_\mathrm{n'} = 5{,}43\cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}$,	$n_\mathrm{p'} = 5{,}43\cdot 10^{9}\ \mathrm{cm}^{-3}$,
$U = +\,0{,}2$ V:	$p_\mathrm{n'} = 1{,}24\cdot 10^{14}\ \mathrm{cm}^{-3}$,	$n_\mathrm{p'} = 1{,}24\cdot 10^{13}\ \mathrm{cm}^{-3}$,
$U = -\,0{,}2$ V:	$p_\mathrm{n'} = 2{,}37\cdot 10^{7}\ \mathrm{cm}^{-3}$,	$n_\mathrm{p'} = 2{,}37\cdot 10^{6}\ \mathrm{cm}^{-3}$.

b) Diffusionsstromdichten am Rand der RLZ:

$$j_\mathrm{p}(x_\mathrm{n}) = \frac{eD_\mathrm{p}}{L_\mathrm{p}} p_\mathrm{n0}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} - 1\right),\ j_\mathrm{n}(x_\mathrm{p}) = \frac{eD_\mathrm{n}}{L_\mathrm{n}} n_\mathrm{p0}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} - 1\right),$$

Diffusionskonstanten: $D_\mathrm{n} = \frac{\mu_\mathrm{n} kT}{e} = 85{,}3\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$ mit $\mu_\mathrm{n} = 3300\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Vs}}$,

$D_\mathrm{p} = \frac{\mu_\mathrm{p} kT}{e} = 20{,}7\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$ mit $\mu_\mathrm{p} = 800\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Vs}}$,

Diffusionslängen: $L_\mathrm{n} = \sqrt{D_\mathrm{n}\tau} = 207\ \mu\mathrm{m}$, $L_\mathrm{p} = \sqrt{D_\mathrm{p}\tau} = 102\ \mu\mathrm{m}$,

Stromdichten:

$$j_\mathrm{p}(x_\mathrm{n}) = 1{,}765 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}^2}\left(\mathrm{e}^{\frac{U}{U_\mathrm{T}}} - 1\right),\ j_\mathrm{n}(x_\mathrm{p}) = 3{,}584 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}^2}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}} - 1\right),$$

U = 0: j_p = 0, j_n = 0,
U = + 0,2 V: $j_\mathrm{p} = 4{,}04 \cdot 10^{-2}$ A/cm², $j_\mathrm{n} = 8{,}21 \cdot 10^{-3}$ A/cm²,
U = - 0,2 V: $j_\mathrm{p} = -1{,}76 \cdot 10^{-5}$ A/cm², $j_\mathrm{n} = -3{,}58 \cdot 10^{-6}$ A/cm².

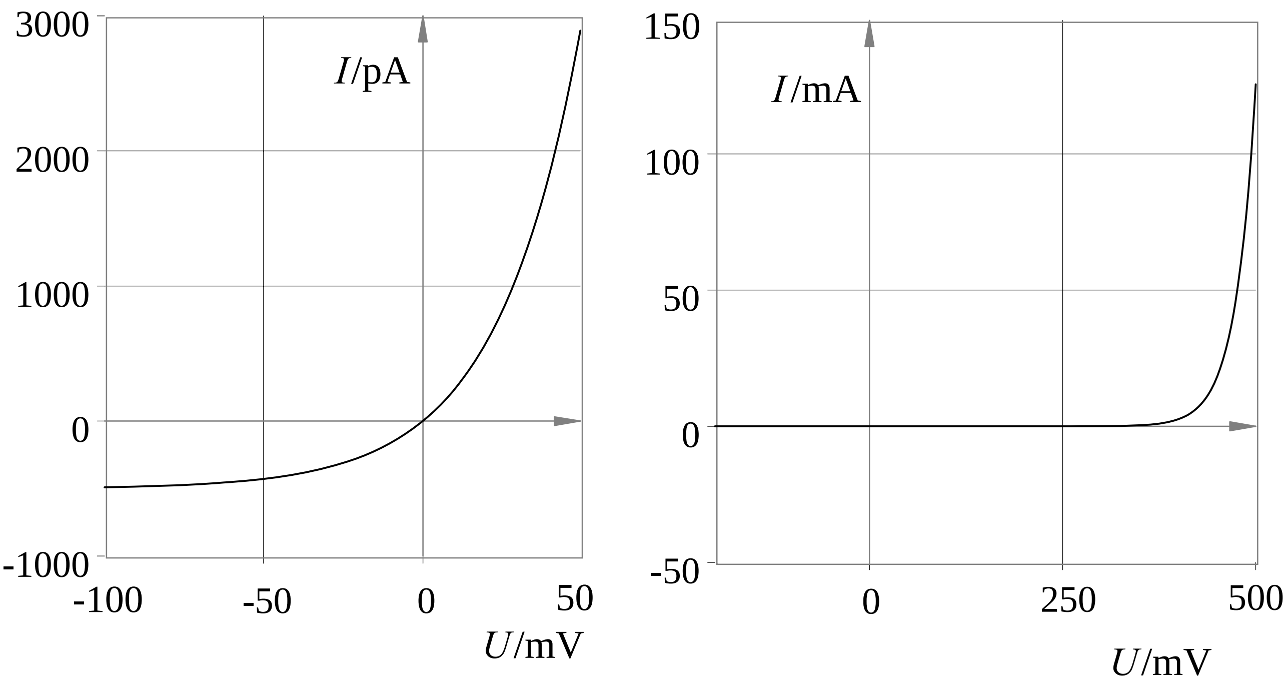
c) Gesamte Stomdichte: $j = j_\mathrm{n} + j_\mathrm{p}$,
U = 0: j = 0
U = + 0,2 V: $j = 4{,}86 \cdot 10^{-2}$ A/cm²,
U = - 0,2 V: $j = -2{,}11 \cdot 10^{-5}$ A/cm².

In großem Anstand von der RLZ (z.B. 1000 μm) ist $j = j_\mathrm{Maj}$, d.h. der ganze Strom wird durch die Majoritäten getragen, der Minoritätsträgerstrom ist null.

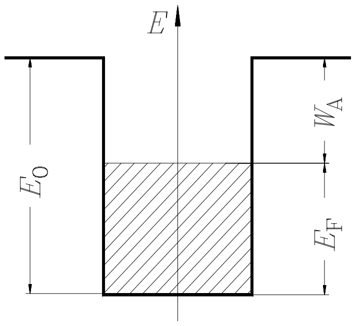
14. Widerstand: $R = \frac{U}{I}$, Widerstandsverhältnis: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1\, I_2}{U_2\, I_1} = \frac{U_1\left(\mathrm{e}^{\frac{eU_2}{kT}} - 1\right)}{U2\left(\mathrm{e}^{\frac{eU_1}{kT}} - 1\right)}$,

damit wird $R_2 = R_\mathrm{r} = 10\,\Omega \frac{53{,}6}{0{,}98} = 546\,\Omega$.

15.



16. a) E_F = 5 eV, b) W_A = 4 eV, c) E_0 = 9 eV, d) ΔE_{kin} = 2 eV.



Potentialtopf

17. Es handelt sich um einen p-Typ-Halbleiter.

Aus $U_H = A_H \dfrac{IB}{d}$ folgt für die HALL-Konstante: $A_H = 2000 \dfrac{\text{cm}^3}{\text{As}}$,

daraus ergibt sich die Löcherdichte: $p = \dfrac{1}{eA_H} = 3{,}13 \cdot 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$.

18. a) Für starke p-Dotierung ist die Hall-Konstante positiv, für starke n-Dotierung ist sie negativ. Der Vorzeichenwechsel erfolgt beim Nulldurchgang. Aus $A_H = 0$ folgt für die Löcherkonzentration

$$p = n\left(\frac{\mu_n}{\mu_p}\right)^2 = n_i \frac{\mu_n}{\mu_p} = 4{,}78 \cdot 10^{13}\ \text{cm}^{-3}.$$

b) Aus $p = \dfrac{n_A}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{n_A}{2}\right)^2 + n_i^2}$ folgt $n_A = p - \dfrac{n_i^2}{p} = 3{,}65 \cdot 10^{13}\ \text{cm}^{-3}$.

c) Für starke p-Dotierung ergibt sich

$$A_H = \frac{1}{e\,p} = \frac{1}{e\,n_A}.$$