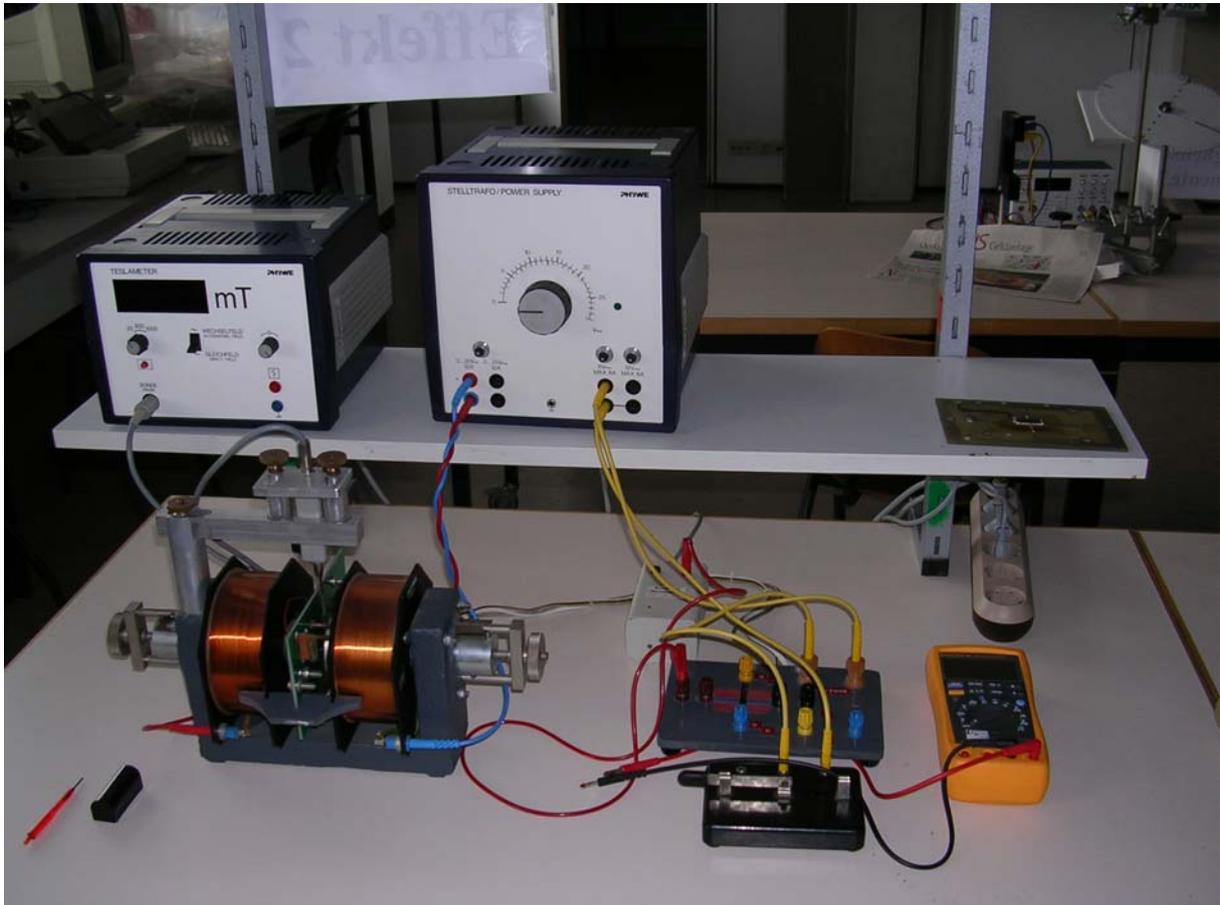


## IV Hall-Effekt in Germanium



### 1 Einführung

Im Jahre 1879 entdeckte E. Hall folgenden Effekt:

**In einem stromdurchflossenen Leiter, der sich in einem Magnetfeld befindet, entsteht ein elektrisches Feld, das senkrecht zur Stromrichtung und zur Richtung des Magnetfeldes orientiert ist.**

Eine technische Anwendung hat der HALL-Effekt in den Hallsonden zur Messung von Magnetfeldstärken gefunden. In der Halbleiterphysik ist er eine Standardmethode zur Bestimmung wichtiger Eigenschaften von Halbleitern geworden, wie beispielsweise der Art, der Konzentration und der Beweglichkeit der Ladungsträger.

## 2 Physikalische Grundlagen

### 2.1 Die elektrische Leitfähigkeit

Der elektrische Widerstand  $R$  eines homogenen Leiters von der in Abb.1 skizzierten Form einer dünnen Platte ist

$$\frac{U_x}{I} = R = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l}{bd} . \quad (1)$$

$\kappa$  ist die *Leitfähigkeit* des Materials. Setzt man voraus, dass  $N$  gleiche elektrische Ladungsträger der Ladung  $e$  (hier Elektronen) im Volumen  $V$  vorhanden sind, dann ist die elektrische Stromstärke  $I$ :

$$I = e \left( \frac{N}{V} \right) v_D b d . \quad (2)$$

Die mittlere Driftgeschwindigkeit  $v_D$  der Elektronen ist proportional zur Feldstärke  $E_x = U_x/l$ , so dass man eine charakteristische Größe, die *Beweglichkeit*  $\mu = v_D/E_x$ , definieren kann. Die Beweglichkeit  $\mu$  hängt von der Häufigkeit der Zusammenstöße der Elektronen mit dem schwingenden Gitter und Störstellen ab.

Die *Ladungsträgerdichte* bzw. *Konzentration* der Elektronen  $N/V$  wird häufig durch  $n = N/V$  abgekürzt. Aus (1) und (2) erhält man dann

$$\kappa = en\mu . \quad (3)$$

### 2.2 Der Hall-Effekt

Befindet sich der stromdurchflossene Leiter in einem Magnetfeld, dessen Vektor  $\vec{B}$  der Induktion in  $z$ -Richtung (Abb.1) senkrecht zur Plattenfläche und senkrecht zur Geschwindigkeit  $\vec{v}_D$  der Elektronen gerichtet ist, dann bewirkt die Lorentzkraft  $\vec{F}_L = -e\vec{v}_D \times \vec{B}$ , dass die Elektronen in die  $y$ -Richtung abgelenkt werden. Die Schmalseiten der Platte laden sich elektrisch auf, bis die elektrische Feldstärke  $E_y$  so groß ist, dass die elektrische Kraft gleich entgegengesetzt der Lorentzkraft ist.

Für die Beträge gilt  $F_{el} = e \cdot E_y = e \frac{U_y}{b} = F_L$ .

Die Spannung  $U_y$  quer zur Stromrichtung nennt man *Hallspannung*:  $U_y = U_H$ .

Im stationären Zustand, im Leerlaufbetrieb ohne Stromentnahme an den Hallkontakten und bei homogenen Feldern erhält man für die Hallspannung:

$$U_H = v_D b B = \frac{1}{en} \frac{1}{d} I B = A_H \frac{I}{d} B . \quad (4a)$$

Der Faktor

$$A_H = \frac{1}{en} = \frac{U_H}{B} \cdot \frac{d}{I} \quad (4b)$$

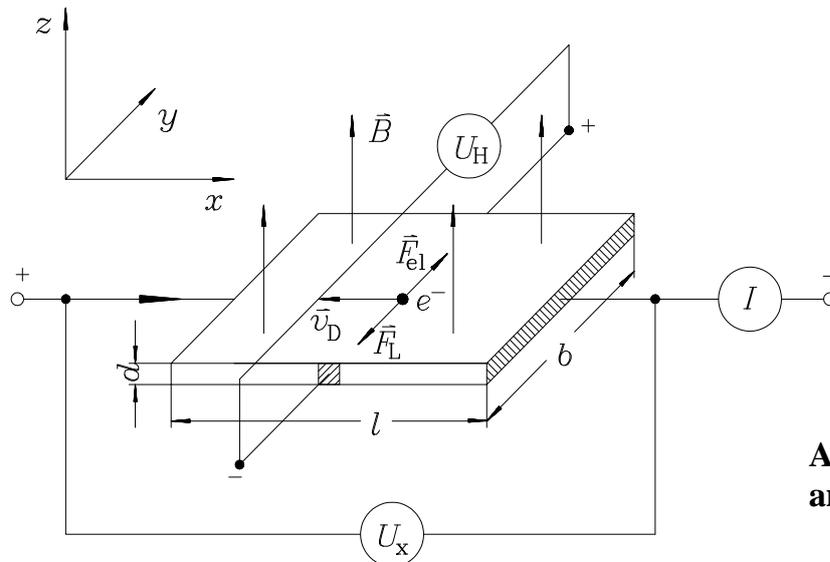
wird als *Hallkoeffizient* bezeichnet.

Bestimmt man den Hallkoeffizienten  $A_H$  nach (4) und die Leitfähigkeit  $\kappa$  nach (1), dann lassen sich die *Ladungsträgerdichte*  $n$  und die *Beweglichkeit*  $\mu$  getrennt berechnen:

$$n = \frac{1}{eA_H} \quad (5)$$

und

$$\mu = \kappa \cdot A_H. \quad (6)$$



**Abb. 1: Hall-Effekt am Elektronenleiter**

### 2.3 Die magnetische Widerstandsänderung

Auch der elektrische Widerstand ist in geringem Maß von der Stärke des Magnetfelds abhängig. Die Theorie ergibt in erster Näherung eine quadratische Abhängigkeit von  $B$  :

$$R = R_0 \cdot (1 + \beta B^2); \quad (7)$$

$R_0$  ist der Widerstand ohne Magnetfeld.

Zur Bestimmung der Konstanten  $\beta$  empfiehlt es sich, die relative Widerstandsänderung

$\frac{R - R_0}{R_0} = \frac{R}{R_0} - 1$ , oder besser bei konstantem Strom das Spannungsverhältnis  $\frac{U_x(B)}{U_x(0)} - 1$  gegen  $B^2$  aufzutragen.

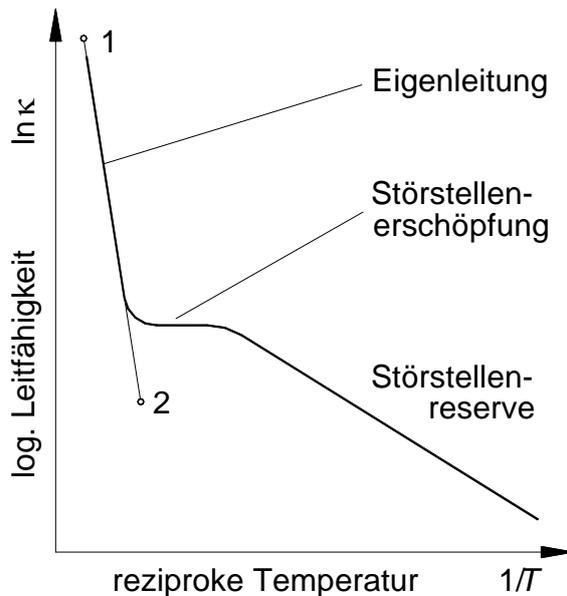
### 2.4 Die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

In einem n-dotierten Halbleiter sind bei Raumtemperatur (ca. 300 K) alle Störstellen ionisiert, d.h. alle Donatoren haben ihre Elektronen abgegeben. In dieser Situation der *Störstellener-schöpfung* ist die Ladungsträgerdichte  $n$  nicht von der Temperatur abhängig, sie ist gleich der Dotierungskonzentration  $n_D$ . Die Beweglichkeit  $\mu$  hängt bei stärker dotierten Halbleitern nur schwach von der Temperatur ab, so dass auch die Leitfähigkeit  $\kappa$  im mittleren Temperaturbereich konstant ist. Bei zunehmender Temperatur setzt sich immer mehr der Mechanismus der

*Eigenleitung*, d.h. der Erzeugung von Ladungsträgerpaaren (Elektronen und Löcher) infolge thermischer Ionisierung durch und dominiert schließlich. Für reine Eigenleitung erhält man näherungsweise folgende Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit:

$$\kappa \approx \kappa_0 \cdot \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right) \quad (8)$$

Hier ist  $E_g$  die Paarerzeugungsenergie, oder, im Energiebändermodell, der *Bandabstand* (gap) vom Valenz- zum Leitungsband,  $k$  ist die Boltzmann-Konstante.



**Abb. 2: Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit**

Trägt man graphisch den Logarithmus der Leitfähigkeit gegen die reziproke absolute Temperatur auf (siehe Abb. 2)

$$\ln\left(\frac{\kappa}{\kappa_0}\right) = -\left(\frac{E_g}{2k}\right) \cdot \frac{1}{T}, \quad (9)$$

dann erhält man eine Gerade mit der Steigung  $m = -\frac{E_g}{2k}$ . Durch Anpassung einer Geraden an die gemessenen Punkte bei höheren Temperaturen lässt sich so der Bandabstand  $E_g$  bestimmen. Bezeichnet man mit 1 und 2 zwei Punkte auf dieser Geraden, so wird:

$$E_g = -2k \frac{\ln \frac{\kappa_1}{\kappa_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (10a)$$

Zur Vereinfachung der Auswertung kann auch  $\ln \frac{U_x}{V}$ , ( $V = \text{Volt}$ ) aufgetragen werden. Der Bandabstand  $E_g$  ergibt sich dann zu

$$E_g = +2k \frac{\ln \frac{U_1}{U_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (10b)$$

## 2.5 Die Temperaturabhängigkeit der Hallspannung

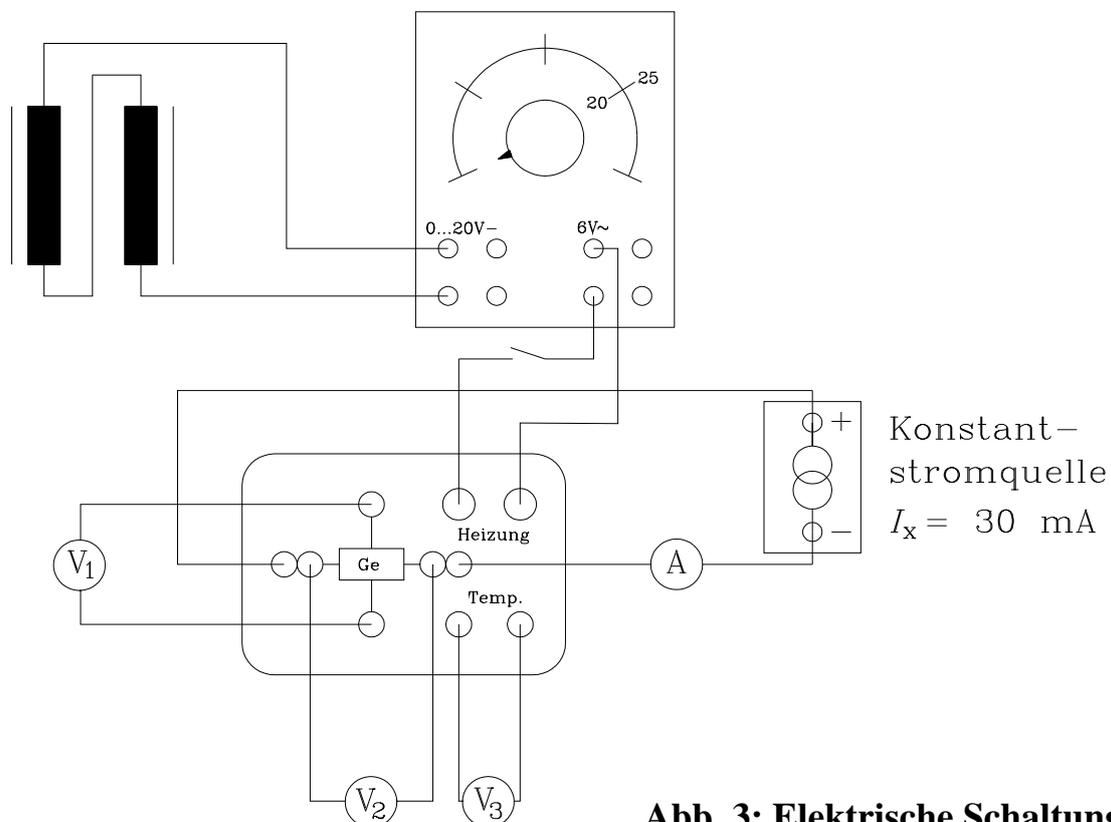
Im mittleren Temperaturbereich überwiegen zahlenmäßig sehr stark die Majoritätsträger, so dass die nur für eine Trägerart richtige Gleichung (4) zutreffend ist. Mit steigender Temperatur nimmt wegen der Eigenleitung die Zahl der Ladungsträger zu und damit nach (5) der Hallkoeffizient ab. Bei der Eigenleitung hat man zwei Trägerarten, negative Elektronen und positive Löcher, die nach derselben Seite abgelenkt werden, so dass sich die Hallspannung in erster Näherung kompensiert. Die Hallspannung wäre exakt Null, wenn beide Ladungsträger dieselbe Beweglichkeit hätten. So wird bei zunehmender Temperatur die Hallspannung kleinere Werte annehmen, sie kann sogar das Vorzeichen wechseln.

## 3 Aufgaben und Auswertung

### 3.1 Versuchsaufbau – Schaltung

Bauen Sie die Schaltung gemäß Abb. 3 auf. Schalten Sie die Messgeräte im angegebenen Messbereich ein (**nur Messgeräte !**)

**Vor Einschalten der Netzspannung bitte Aufbau einem Labormitarbeiter zeigen !!!**



**Abb. 3: Elektrische Schaltung**

### Verwendete Messgeräte:

V1: Hallspannung  $U_H$ , Fluke 175, Bereich mV=, Auflösung 0,1 mV

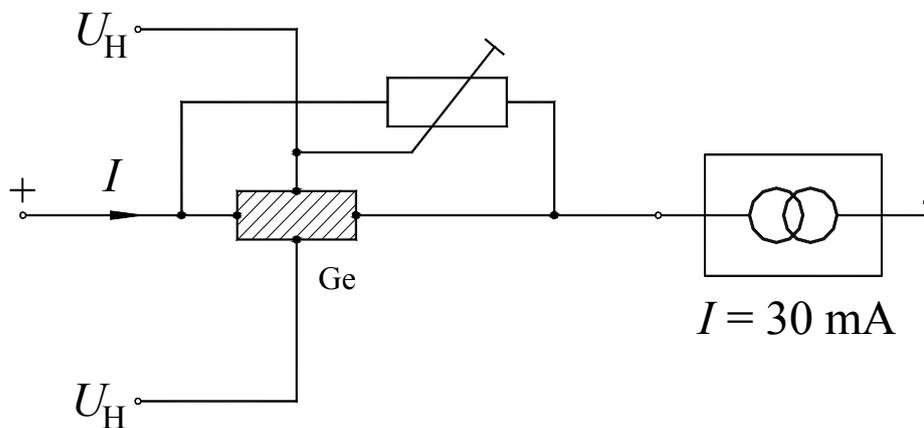
V2: Längsspannung  $U_x$ , Fluke 187, Bereich V=, Auflösung 0,1 mV

V3: Thermospannung  $U_{Th}$ , Fluke 75, Bereich 300 mV=, Auflösung 0,1 mV

A: Steuerstrom  $I$ , Fluke 75, Bereich A=, Auflösung 0,01 mA;

Die Auflösung entspricht dem absoluten Fehler, mit dem zu rechnen ist.

Da alle Spannungen von der Steuerstromstärke  $I$  abhängen, wird im Versuchsaufbau eine stabilisierte Stromquelle verwendet. Die Hallkontakte können nicht genau genug einander gegenüber angelötet werden. Sie liegen daher auch bei  $B = 0$  nicht auf einer Äquipotenzialfläche, so dass eine kleine Spannung  $\Delta U_y$  übrig bleibt. Diese kann jedoch mit der Schaltung in Abb.4 kompensiert werden:



**Abb. 4: Einstellung des Nullpunktes der Hall-Spannung**

## 3.2 Messprogramm

### 3.2.1 Magnetfeldabhängigkeit der Hallspannung und des Widerstandes bei Raumtemperatur

#### 1. Magnetfeldmessgerät auf Null abgleichen

Hierzu Messsonde/Hallsensor außerhalb des Magnetfelds in die magnetische Abschirmung stecken, um das Erdfeld abzuschirmen.

#### Vorsicht bei Ausbau des Sensors!

#### 2. Nullabgleich der Ge-Platte ohne Magnetfeld

Die vorhandene Remanenz des Elektromagneten durch Anlegen eines Gegenfeldes beseitigen. (Nach erfolgreichem Abgleich zeigt das Teslameter die Flussdichte null an !!). Jetzt bei Steuerstrom  $I = 30 \text{ mA}$  (ist eingestellt) mit Schraubendreher am 10 Gang-Wendeltrimmpotentiometer (s. Abb. 4) drehen, bis  $U_H = 0,0 \text{ mV}$ .

### 3. Messung von $U_H$ und $U_x$

bei verschiedenen magnetischen Flussdichten im Bereich von -200 mT bis +200 mT in Abständen von etwa 20 bis 25 mT.

**Alle Stellen der Anzeige des  $U_x$ -Messgeräts notieren !**

### 4. Graphische Darstellung der Geraden $U_H(B)$

Bestimmung der Geradensteigung  $a_1$  und des Fehlers der Steigung  $s_{a_1}$  beispielsweise mit Excel.

### 5. Darstellung der Parabel

$\frac{U_x(B)}{U_x(0)} - 1$  über  $B$ , sowie der **Geraden**  $\frac{U_x(B)}{U_x(0)} - 1$  über  $B^2$ .

Bestimmung des Faktors  $\beta$  in Gl. (7) aus der Geradensteigung (s. Abschn. 2.3).

### 6. Bestimmung von Materialeigenschaften des Halbleiters

Zunächst wird aus Steigung  $a_1$  der Geraden  $U_H(B)$  nach Gleichung (4b) der Hall-Koeffizient  $A_H$  berechnet. Beachten Sie, dass der Fehler von  $A_H$  vom Fehler  $s_{a_1}$  der Geradensteigung abhängt, sowie von den Fehlern des Stromes und der Dicke des Plättchens. Anschließend wird die Trägerdichte  $n$ , die Leitfähigkeit  $\kappa$ , sowie die Beweglichkeit  $\mu$  mithilfe der Gleichungen (1), (5) und (6) und dem bereits bestimmten Wert von  $A_H$  berechnet.

Bitte geben sie Ihre Ergebnisse in den in der Halbleiterphysik üblichen Maßeinheiten an, also  $A_H$  in  $\text{cm}^3/\text{As}$ ,  $n$  in  $\text{cm}^{-3}$ ,  $\kappa$  in  $\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$  und  $\mu$  in  $\text{cm}^2/\text{Vs}$ .

**Zu jeder Rechengröße muss der relative Fehler berechnet werden!**

Abmessungen des Halbleiterplättchens:  $(20 \pm 0,1)$  mm x  $(10 \pm 0,1)$  mm x  $(1 \pm 0,01)$  mm.

## 3.2.2 Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

Messungen ohne Magnetfeld bei verschiedenen Temperaturen

### 1. Ermittlung der Raumtemperatur

Für die Berechnung der Temperatur des Halbleiterplättchens aus der angezeigten Thermospannung  $U_{Th}$  ist die Kenntnis der Raumtemperatur erforderlich. Die Thermospannung des Thermoelements ist proportional zum Temperaturunterschied zwischen Halbleiter und Umgebung.

**Empfindlichkeit des Thermoelements: 45  $\mu\text{V}/\text{K}$ .**

### 2. Messung der Temperaturabhängigkeit der Längsspannung

Aufheizen der Platte auf  $\vartheta \approx 120$  °C.

**HALT ! Erst überlegen und rechnen!**

Als Hilfe: Welcher Wert wird bei Zimmertemperatur vom Messgerät  $U_{Th}$  angezeigt ?

**Vor Einschalten der Heizspannung die Rechnung einem Labormitarbeiter zeigen !!**

Während des Abkühlens der Platte mindestens alle 5 K  $U_x$  ablesen. Interessant sind vor allem die Messwerte bei hoher Temperatur! Tabelle mit  $U_{Th}$ ,  $T$  und  $U_x$  erstellen.

### 3. Graphische Darstellung von $\ln U_x$ über $1/T$

Die bei hohen Temperaturen gemessene Kurve durch eine Gerade annähern. Bestimmung der Steigung dieser Geraden in der logarithmischen Darstellung nach (10b). Berechnung des Wertes von  $E_g$  in eV.

**Achtung!**  $T$  ist die thermodynamische Temperatur in Kelvin!

Geben Sie einige Gründe an, weshalb der berechnete Wert der Bandlücke vom Literaturwert abweicht!

### 3.2.3 Temperaturabhängigkeit des Hallkoeffizienten

#### Messungen mit konstantem Magnetfeld bei verschiedenen Temperaturen

Um den Einfluss der Temperatur auf die Hallspannung zu zeigen (s. Abschn. 2.5) wird der Halbleiter zunächst wieder auf  $\vartheta \approx 120$  °C aufgeheizt. Bei einer fest eingestellten Induktion  $B$ , (beispielsweise bei  $B = 150$  mT) wird während des Abkühlens alle 5 K die Hallspannung  $U_H$  gemessen. Stellen Sie die Messwerte  $U_H(\vartheta)$  bei  $B = \text{const}$  in einem Diagramm dar. Wieso nimmt die Hallspannung mit zunehmender Temperatur ab?

## 4 Literatur

E. Hering, R. Martin, M. Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer-Verlag, 10. Aufl. 2007

H. Weiß: Physik und Anwendung galvanometrischer Bauelemente, Vieweg, 1969

W. von Münch: Elektrische und magnetische Eigenschaften der Materie, Teubner 1987

E. Hering, K. Bressler, J. Gutekunst: Elektronik für Ingenieure, Springer, 5. Auflage, 2005